

CEB11

DESCRIPTIVE TYPE QUESTIONS SUBJECT : MATHEMATICS

Full Marks : 20

(Each question carries two marks.)

(English Version)

1. The harmonic mean of two numbers is 4. Their arithmetic mean A and the geometric mean G satisfy the relation $2A + G^2 = 27$. Find the numbers.
2. If the area of a rectangle is 64 sq. unit, find the minimum value possible for its perimeter.
3. Find the image of the point $(-8, 12)$ with respect to the line $4x + 7y + 13 = 0$
4. How many triangles can be formed by joining 6 points lying on a circle ?
5. If $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$, then prove that
$$\tan^{-1} \left(\frac{yz}{rx} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{zx}{ry} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{xy}{rz} \right) = \frac{\pi}{2}$$
6. Determine the sum of imaginary roots of the equation
$$(2x^2 + x + 1) (4x^2 + 2x - 3) = 6$$
7. If $\cos A + \cos B + \cos C = 0$, prove that
$$\cos 3A + \cos 3B + \cos 3C = 12 \cos A \cos B \cos C.$$
8. Let \mathbb{R} be the set of real numbers and $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ be such that for all $x, y \in \mathbb{R}$,
$$|f(x) - f(y)| \leq |x - y|^3.$$
 Prove that f is a constant function.
9. Find the general solution of
$$(x + \log y) dy + y dx = 0$$

10. Prove that $I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sec x}}{\sqrt{\operatorname{cosec} x} + \sqrt{\sec x}} dx = \frac{\pi}{4}$.

(Bengali Version)

1. দুটি সংখ্যার বিপরীত মধ্যক (H.M.) হল 4। তাদের সমান্তরীয় মধ্যক (A.M.) এবং গুণোত্তরীয় মধ্যক (G.M.) হল যথাক্রমে A এবং G যারা $2A + G^2 = 27$ সম্পর্কটি সিদ্ধ করে। সংখ্যা দুটি নির্ণয় কর।
2. একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 64 বর্গ একক হলে, উহার পরিসীমার ক্ষুদ্রতম মান নির্ণয় কর।
3. $4x + 7y + 13 = 0$ এর সাপেক্ষে $(-8, 12)$ বিন্দুটির প্রতিবিম্ব নির্ণয় কর।
4. একটি বৃত্তের উপরিস্থিত 6 টি বিন্দুকে যোগ করে উৎপন্ন ত্রিভুজের মোট সংখ্যা কত হবে?
5. $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ হলে প্রমাণ করো যে
$$\tan^{-1}\left(\frac{yz}{rx}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{zx}{ry}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{xy}{rz}\right) = \frac{\pi}{2}$$
6. $(2x^2 + x - 1)(4x^2 + 2x - 3) = 6$ সমীকরণটির অবাস্তব বীজগুলির যোগফল নির্ণয় কর।
7. যদি $\cos A + \cos B + \cos C = 0$ হয়, তবে দেখাও যে
$$\cos 3A + \cos 3B + \cos 3C = 12 \cos A \cos B \cos C.$$
8. ধরি \mathbb{R} হল সমস্ত বাস্তব রাশির সেট এবং $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ অপেক্ষকটি সমস্ত $x, y \in \mathbb{R}$, এর জন্য $|f(x) - f(y)| \leq |x - y|^3$ সিদ্ধ করে। তবে দেখাও যে f হল একটি ধ্রুবক অপেক্ষক।
9. সাধারণ সমাধান নির্ণয় কর :
$$(x + \log y) dy + y dx = 0$$

10. প্রমাণ কর যে $I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sec x}}{\sqrt{\operatorname{cosec} x} + \sqrt{\sec x}} dx = \frac{\pi}{4}$