

## DESCRIPTIVE TYPE QUESTIONS

SUBJECT : MATHEMATICS

FULL MARKS : 20

(Each question carries two marks)

(English Version)

1. Prove that the equation  $\cos 2x + a \sin x = 2a - 7$  possesses a solution if  $2 \leq a \leq 6$ .
2. Find the values of  $x$ ,  $(-\pi < x < \pi, x \neq 0)$  satisfying the equation,  $8^{1+|\cos x|+|\cos^2 x|+\dots+\infty} = 4^3$
3. Prove that the centre of the smallest circle passing through origin and whose centre lies on  $y = x + 1$  is  $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$
4. Prove by induction that for all  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n^2 + n$  is an even integer ( $n \geq 1$ ).
5. If A, B are two square matrices such that  $AB = A$  and  $BA = B$ , then prove that  $B^2 = B$
6. If  $N = n!$  ( $n \in \mathbb{N}, n > 2$ ), then find  $\lim_{N \rightarrow \infty} \left[ (\log_2 N)^{-1} + (\log_3 N)^{-1} + \dots + (\log_n N)^{-1} \right]$
7. Use the formula  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \log_e a$ , to compute  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{\sqrt{1+x} - 1}$ .
8. If  $\frac{dy}{dx} + \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}} = 0$ , prove that,  $x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2} = A$  where A is a constant.
9. Evaluate the following integral  $\int_{-1}^2 |x \sin \pi x| dx$
10. If  $f(a) = 2$ ,  $f'(a) = 1$ ,  $g(a) = -1$  and  $g'(a) = 2$ , find the value of  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x)f(a) - g(a)f(x)}{x - a}$ .

[Turn Over for Bengali Version]

(Bengali Version)

1. প্রমাণ কর যে  $\cos 2x + a \sin x = 2a - 7$  সমীকরণটির সমাধান থাকবে যদি  $2 \leq a \leq 6$  হয়।
2.  $x$  এর মান নির্ণয় কর  $(-\pi < x < \pi$  এবং  $x \neq 0$ ) যাহাতে ইহা  $8^{1+|\cos x|+|\cos^2 x|+\dots} = 4^3$  সমীকরণকে সিদ্ধ করে।
3. প্রমাণ কর যে মূলবিন্দুগামী, ক্ষুদ্রতম যে বৃত্তের কেন্দ্র  $y = x + 1$  সরলরেখার উপরে অবস্থিত তার কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$
4. গাণিতিক আরোহ পদ্ধতি দ্বারা দেখাও যে  $n^2 + n$  সর্বদাই একটি যুগ্ম সংখ্যা ( $n \geq 1$  এবং  $n \in \mathbb{N}$ )।
5. A এবং B দুটি এমন বর্গ ম্যাট্রিক্স যে  $AB = A$  এবং  $BA = B$  তাহলে প্রমাণ কর যে  $B^2 = B$
6. যদি  $N = n!$  ( $n \in \mathbb{N}$ ,  $n > 2$ ) হয়,  $\lim_{N \rightarrow \infty} \left[ (\log_2 N)^{-1} + (\log_3 N)^{-1} + \dots + (\log_n N)^{-1} \right]$  তবে এর মান নির্ণয় কর।
7.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \log_e a$  সূত্র প্রয়োগ করিয়া  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{\sqrt{1+x} - 1}$  এর মান নির্ণয় কর
8. যদি  $\frac{dy}{dx} + \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}} = 0$  হয় তবে প্রমাণ কর যে  $x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2} = A$ , যেখানে A একটি ধ্রুবক।
9. নিম্নলিখিত সমাকলটির মান নির্ণয় কর  $\int_{-1}^2 x \sin \pi x \, dx$
10. যদি  $f(a) = 2$ ,  $f'(a) = 1$ ,  $g(a) = -1$  এবং  $g'(a) = 2$  হয়, তবে  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x)f(a) - g(a)f(x)}{x - a}$  এর মান নির্ণয় কর।