Series HMJ/C

SET-2

कोड नं.
Code No. 65/C/2

रोल नं.
Roll No.

परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.

	नोट		NOTE
(I)	कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **19** हैं ।	(I)	Please check that this question paper contains **19** printed pages.
(II)	प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।	(II)	Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
(III)	कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **36** प्रश्न हैं ।	(III)	Please check that this question paper contains **36** questions.
(IV)	कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।	(IV)	Please write down the Serial Number of the question in the answer-book before attempting it.
(V)	इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।	(V)	15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

गणित

MATHEMATICS

निर्धारित समय : 3 घण्टे | *अधिकतम अंक : 80*

Time allowed : 3 hours | *Maximum Marks : 80*

collegedunia.com India's largest Student Review Platform

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख़्ती से पालन कीजिए :

(i) *यह प्रश्न-पत्र* ***चार*** *खण्डों में विभाजित किया गया है — क, ख, ग एवं घ । इस प्रश्न-पत्र में* ***36*** *प्रश्न हैं ।* ***सभी*** *प्रश्न अनिवार्य हैं ।*

(ii) ***खण्ड क*** *में प्रश्न संख्या* ***1*** *से* ***20*** *तक* ***20*** *प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न* ***1*** *अंक का है ।*

(iii) ***खण्ड ख*** *में प्रश्न संख्या* ***21*** *से* ***26*** *तक* ***6*** *प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न* ***2*** *अंकों का है ।*

(iv) ***खण्ड ग*** *में प्रश्न संख्या* ***27*** *से* ***32*** *तक* ***6*** *प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न* ***4*** *अंकों का है ।*

(v) ***खण्ड घ*** *में प्रश्न संख्या* ***33*** *से* ***36*** *तक* ***4*** *प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न* ***6*** *अंकों का है ।*

(vi) *प्रश्न-पत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है । तथापि एक-एक अंक वाले* ***तीन*** *प्रश्नों में, दो-दो अंकों वाले* ***दो*** *प्रश्नों में, चार-चार अंकों वाले* ***दो*** *प्रश्नों में और छः-छः अंकों वाले* ***दो*** *प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं । ऐसे प्रश्नों में से केवल एक ही विकल्प का उत्तर दीजिए ।*

(vii) *इसके अतिरिक्त, आवश्यकतानुसार, प्रत्येक खण्ड और प्रश्न के साथ यथोचित निर्देश दिए गए हैं ।*

(viii) *कैल्कुलेटरों के प्रयोग की अनुमति* ***नहीं*** *है ।*

collegedunia
India's largest Student Review Platform

खण्ड क

प्रश्न संख्या 1 से 20 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।
प्रश्न संख्या 1 से 10 तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं । सही विकल्प चुनिए ।

1. यदि $\vec{a} = \hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ और $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$ है, तो λ का मान होगा

(A) 1

(B) – 1

(C) 2

(D) – 2

2. अवकल समीकरण $\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + \left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^3 + 5x = 0$ की कोटि व घात हैं

(A) 3; 6

(B) 3; 3

(C) 3; 9

(D) 6; 3

collegedunia
India's largest Student Review Platform

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

(i) *This question paper comprises* ***four*** *sections — A, B, C and D. This question paper carries* ***36*** *questions.* ***All*** *questions are compulsory.*

(ii) ***Section A*** *– Question nos.* ***1*** *to* ***20*** *comprises of* ***20*** *questions of* ***1*** *mark each.*

(iii) ***Section B*** *– Question nos.* ***21*** *to* ***26*** *comprises of* ***6*** *questions of* ***2*** *marks each.*

(iv) ***Section C*** *– Question nos.* ***27*** *to* ***32*** *comprises of* ***6*** *questions of* ***4*** *marks each.*

(v) ***Section D*** *– Question nos.* ***33*** *to* ***36*** *comprises of* ***4*** *questions of* ***6*** *marks each.*

(vi) *There is no overall choice in the question paper. However, an internal choice has been provided in* ***3*** *questions of one mark,* ***2*** *questions of two marks,* ***2*** *questions of four marks and* ***2*** *questions of six marks. Only one of the choices in such questions have to be attempted.*

(vii) *In addition to this, separate instructions are given with each section and question, wherever necessary.*

(viii) *Use of calculators is* ***not*** *permitted.*

SECTION A

Question numbers 1 to 20 carry 1 mark each.

Question numbers 1 to 10 are multiple choice questions. Select the correct option.

1. If $\vec{a} = \hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ and $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$, then the value of λ is

(A) 1

(B) – 1

(C) 2

(D) – 2

2. The order and the degree of the differential equation $\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + \left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^3 + 5x = 0$ are

(A) 3; 6

(B) 3; 3

(C) 3; 9

(D) 6; 3

collegedunia.com India's largest Student Review Platform

3. यदि $\sec^{-1}\left(\frac{1+x}{1-y}\right) = a$ हो, तो $\frac{dy}{dx}$ बराबर है

(A) $\frac{x-1}{y-1}$

(B) $\frac{x-1}{y+1}$

(C) $\frac{y-1}{x+1}$

(D) $\frac{y+1}{x-1}$

4. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ है, तो A^2 बराबर होगा

(A) $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} -2 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$

collegedunia.com India's largest Student Review Platform

3. If $\sec^{-1}\left(\frac{1+x}{1-y}\right) = a$, then $\frac{dy}{dx}$ is equal to

(A) $\frac{x-1}{y-1}$

(B) $\frac{x-1}{y+1}$

(C) $\frac{y-1}{x+1}$

(D) $\frac{y+1}{x-1}$

4. If $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$, then A^2 equals

(A) $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} -2 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$

collegedunia.com India's largest Student Review Platform

5. $\begin{vmatrix} 43 & 44 & 45 \\ 44 & 45 & 46 \\ 45 & 46 & 47 \end{vmatrix}$ बराबर है

(A) 0

(B) – 1

(C) 1

(D) 2

6. $\int \frac{e^x}{x+1} [1 + (x + 1) \log (x + 1)] \, dx$ बराबर है

(A) $\frac{e^x}{x+1} + c$

(B) $e^x \frac{x}{x+1} + c$

(C) $e^x \log (x + 1) + e^x + c$

(D) $e^x \log (x + 1) + c$

7. $\int_0^{\pi/2} (\sin^{100} x - \cos^{100} x) \, dx$ बराबर है

(A) $\frac{\pi}{100}$

(B) 0

(C) $\frac{1}{100}$

(D) $\frac{|\underline{100}}{(100)^{100}}$

collegedunia.com
India's largest Student Review Platform

5. $\begin{vmatrix} 43 & 44 & 45 \\ 44 & 45 & 46 \\ 45 & 46 & 47 \end{vmatrix}$ equals

(A) 0

(B) -1

(C) 1

(D) 2

6. $\int \frac{e^x}{x+1}\,[1 + (x + 1) \log (x + 1)]\, dx$ equals

(A) $\frac{e^x}{x+1} + c$

(B) $e^x \frac{x}{x+1} + c$

(C) $e^x \log (x + 1) + e^x + c$

(D) $e^x \log (x + 1) + c$

7. $\int_0^{\pi/2} (\sin^{100} x - \cos^{100} x)\, dx$ equals

(A) $\frac{\pi}{100}$

(B) 0

(C) $\frac{1}{100}$

(D) $\frac{\lfloor 100}{(100)^{100}}$

collegedunia.com
India's largest Student Review Platform

collegedunia.com
India's largest Student Review Platform

8. एक विशेष प्रश्न को A तथा B द्वारा स्वतंत्र रूप से हल करने की प्रायिकताएँ क्रमशः $\frac{1}{3}$ तथा $\frac{1}{5}$ हैं । यदि दोनों, स्वतंत्र रूप से, प्रश्न हल करने का प्रयास करते हैं, तो प्रश्न के हल हो जाने की प्रायिकता है

(A) $\frac{7}{15}$

(B) $\frac{8}{15}$

(C) $\frac{2}{15}$

(D) $\frac{14}{15}$

9. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या का उद्देश्य फलन होता है

(A) एक अचर

(B) एक रैखिक फलन जिसका इष्टतमीकरण करना है

(C) एक असमिका

(D) एक द्विघाती व्यंजक

10. यदि दो रेखाएँ

$$L_1 : x = 5, \ \frac{y}{3-\alpha} = \frac{z}{-2}$$

$$L_2 : x = 2, \ \frac{y}{-1} = \frac{z}{2-\alpha}$$

परस्पर लंबवत् हैं, तो α का मान है

(A) $\frac{2}{3}$

(B) 3

(C) 4

(D) $\frac{7}{3}$

collegedunia
India's largest Student Review Platform

8. The probability of solving a specific question independently by A and B are $\frac{1}{3}$ and $\frac{1}{5}$ respectively. If both try to solve the question independently, the probability that the question is solved is

(A) $\frac{7}{15}$

(B) $\frac{8}{15}$

(C) $\frac{2}{15}$

(D) $\frac{14}{15}$

9. The objective function of an LPP is

(A) a constant

(B) a linear function to be optimised

(C) an inequality

(D) a quadratic expression

10. If the two lines

$$L_1 : x = 5, \quad \frac{y}{3-\alpha} = \frac{z}{-2}$$

$$L_2 : x = 2, \quad \frac{y}{-1} = \frac{z}{2-\alpha}$$

are perpendicular, then the value of α is

(A) $\frac{2}{3}$

(B) 3

(C) 4

(D) $\frac{7}{3}$

collegedunia.com
India's largest Student Review Platform

प्रश्न संख्या 11 से 15 तक के प्रश्नों में खाली स्थान भरिए ।

11. अवकल समीकरण $x\frac{dy}{dx} - y = \log x$ का समाकलन गुणक है __________ ।

12. एक त्रिभुज के दो कोण $\cot^{-1} 2$ और $\cot^{-1} 3$ हैं । त्रिभुज का तीसरा कोण __________ है ।

13. 52 पत्तों की एक गड्डी से, यादृच्छया 3 पत्ते (बिना प्रतिस्थापना के) निकाले गए । इन पत्तों के दो लाल रंग के पत्ते तथा एक काले रंग का पत्ता होने की प्रायिकता है _____________ ।

14. एक वर्ग आव्यूह A अव्युत्क्रमणीय कहलाता है यदि ____________ है ।

अथवा

यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 1 & 17 \\ 0 & -10 \end{bmatrix}$ हो, तो $|AB| =$ __________ .

15. यदि $x = e^t \sin t,\ y = e^t \cos t$ है, तो $t = \frac{\pi}{4}$ पर $\frac{dy}{dx}$ का मान होगा ___________ ।

प्रश्न संख्या 16 से 20 अति संक्षिप्त उत्तर वाले प्रश्न हैं ।

16. यदि $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ हो, तो $(fof)(x)$ ज्ञात कीजिए ।

17. यदि $\begin{bmatrix} 4 & x+2 \\ 2x-3 & x+1 \end{bmatrix}$ एक सममित आव्यूह हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए ।

अथवा

यदि A एक ऐसा वर्ग आव्यूह है कि $A^2 = A$ है, तो $(2 + A)^3 - 19A$ ज्ञात कीजिए ।

18. एक रेखा का कार्तीय समीकरण $\frac{x-5}{3} = \frac{2y+4}{7} = \frac{6-z}{2}$ है । इस रेखा का सदिश समीकरण लिखिए ।

collegedunia
India's largest Student Review Platform

Fill in the blanks in question numbers 11 to 15.

11. The integrating factor of the differential equation $x\frac{dy}{dx} - y = \log x$ is ___________ .

12. Two angles of a triangle are $\cot^{-1} 2$ and $\cot^{-1} 3$. The third angle of the triangle is ___________ .

13. From a pack of 52 cards, 3 cards are drawn at random (without replacement). The probability that they are two red cards and one black card, is __________ .

14. A square matrix A is said to be singular if ____________ .

OR

If $A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & 17 \\ 0 & -10 \end{bmatrix}$, then $|AB| =$ _____________ .

15. If $x = e^t \sin t$, $y = e^t \cos t$, then the value of $\frac{dy}{dx}$ at $t = \frac{\pi}{4}$ is __________ .

Question numbers 16 to 20 are very short answer type questions.

16. If $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$, then find $(fof)(x)$.

17. If $\begin{bmatrix} 4 & x+2 \\ 2x-3 & x+1 \end{bmatrix}$ is a symmetric matrix, then find the value of x.

OR

If A is a square matrix such that $A^2 = A$, then find $(2 + A)^3 - 19A$.

18. The Cartesian equation of a line is $\frac{x-5}{3} = \frac{2y+4}{7} = \frac{6-z}{2}$. Write its vector equation.

collegedunia India's largest Student Review Platform

19. यदि $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ तथा $\vec{b} = 5\hat{i} - 3\hat{j} - 4\hat{k}$ हैं, तो अनुपात

$$\frac{\text{सदिश } \vec{a} \text{ का सदिश } \vec{b} \text{ पर प्रक्षेप}}{\text{सदिश } \vec{b} \text{ का सदिश } \vec{a} \text{ पर प्रक्षेप}}$$ ज्ञात कीजिए ।

अथवा

माना $\hat{a}$ तथा $\hat{b}$ दो मात्रक सदिश हैं । यदि सदिश $\vec{c} = \hat{a} + 2\hat{b}$ तथा $\vec{d} = 5\hat{a} - 4\hat{b}$ परस्पर लम्बवत् हों, तो सदिशों $\hat{a}$ तथा $\hat{b}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए ।

20. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = y \tan x$ का विशेष हल ज्ञात कीजिए, जहाँ $y(0) = 1$.

खण्ड ख

प्रश्न संख्या 21 से 26 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है ।

21. आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ के लिए सत्यापित कीजिए कि

(i) $(A + A')$ एक सममित आव्यूह है ।

(ii) $(A - A')$ एक विषम सममित आव्यूह है ।

22. हल कीजिए :

$$x\frac{dy}{dx} = y - x\cos^2\left(\frac{y}{x}\right)$$

23. यदि $\vec{a}$ और $\vec{b}$ कोई दो शून्येतर सदिश हैं, तो दर्शाइए कि सदिश $|\vec{a}|\vec{b} + |\vec{b}|\vec{a}$, सदिश $|\vec{a}|\vec{b} - |\vec{b}|\vec{a}$ के लम्बवत् है ।

24. यदि $y = e^x + e^{-x}$ हो, तो दिखाइए कि $\frac{dy}{dx} = \sqrt{y^2 - 4}$.

collegedunia.com
India's largest Student Review Platform

19. If $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ and $\vec{b} = 5\hat{i} - 3\hat{j} - 4\hat{k}$, then find the ratio $\dfrac{\text{projection of vector } \vec{a} \text{ on vector } \vec{b}}{\text{projection of vector } \vec{b} \text{ on vector } \vec{a}}$.

OR

Let $\hat{a}$ and $\hat{b}$ be two unit vectors. If the vectors $\vec{c} = \hat{a} + 2\hat{b}$ and $\vec{d} = 5\hat{a} - 4\hat{b}$ are perpendicular to each other, then find the angle between the vectors $\hat{a}$ and $\hat{b}$.

20. Find the particular solution of the differential equation $\dfrac{dy}{dx} = y \tan x$, when $y(0) = 1$.

SECTION B

Question numbers 21 to 26 carry 2 marks each.

21. For the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$, verify that

(i) $(A + A')$ is a symmetric matrix.

(ii) $(A - A')$ is a skew-symmetric matrix.

22. Solve :

$$x \frac{dy}{dx} = y - x \cos^2 \left(\frac{y}{x}\right)$$

23. Show that $|\vec{a}|\vec{b} + |\vec{b}|\vec{a}$ is perpendicular to $|\vec{a}|\vec{b} - |\vec{b}|\vec{a}$, for any two non-zero vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$.

24. If $y = e^x + e^{-x}$, then show that $\dfrac{dy}{dx} = \sqrt{y^2 - 4}$.

collegedunia.com India's largest Student Review Platform

25. माना W अंग्रेज़ी शब्दकोष के शब्दों का समुच्चय है । इस पर एक संबंध R निम्न रूप से परिभाषित है :

$R = \{(x, y) \in W \times W :$ x और y में कम-से-कम एक अक्षर एक जैसा है$\}$

दर्शाइए कि यह सम्बन्ध R स्वतुल्य व सममित है, परन्तु संक्रामक नहीं है ।

अथवा

फलन $f(x) = \left(\dfrac{4x}{3x+4}\right)$ का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए ।

26. एक थैले में 19 टिकटें, जिन पर 1 से 19 तक की संख्या लिखी हैं, रखी हैं । एक टिकट यादृच्छया निकाली जाती है और बिना इस टिकट को वापस थैले में रखे, एक और टिकट निकाली जाती है । टिकट पर सम संख्या के आने की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए ।

अथवा

एक पासा दो बार उछालने पर सफलता की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए, जब "5 से बड़ी संख्या" को एक सफलता के रूप में परिभाषित किया गया है ।

खण्ड ग

प्रश्न संख्या 27 से 32 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है ।

27. सिद्ध कीजिए कि $\tan^{-1}\sqrt{x} = \dfrac{1}{2}\cos^{-1}\left(\dfrac{1-x}{1+x}\right), x \in [0, 1]$.

28. यदि $\hat{a}$ और $\hat{b}$ ऐसे मात्रक सदिश हैं जिनके बीच का कोण θ है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\sin\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}\,|\hat{a} - \hat{b}|.$$

29. सारणिकों के गुणधर्मों के प्रयोग से दर्शाइए कि

$$\begin{vmatrix} 1+a^2-b^2 & 2ab & -2b \\ 2ab & 1-a^2+b^2 & 2a \\ 2b & -2a & 1-a^2-b^2 \end{vmatrix} = (1+a^2+b^2)^3.$$

अथवा

collegedunia India's largest Student Review Platform

25. Let W denote the set of words in the English dictionary. Define the relation R by

R = {(x, y) $\in$ W $\times$ W such that x and y have at least one letter in common}.

Show that this relation R is reflexive and symmetric, but not transitive.

OR

Find the inverse of the function $f(x) = \left(\frac{4x}{3x+4}\right)$.

26. A bag contains 19 tickets, numbered 1 to 19. A ticket is drawn at random and then another ticket is drawn without replacing the first one in the bag. Find the probability distribution of the number of even numbers on the ticket.

OR

Find the probability distribution of the number of successes in two tosses of a die, when a success is defined as "number greater than 5".

SECTION C

Question numbers 27 to 32 carry 4 marks each.

27. Prove that $\tan^{-1}\sqrt{x} = \frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\frac{1-x}{1+x}\right), x \in [0, 1]$.

28. If $\hat{a}$ and $\hat{b}$ are unit vectors inclined at an angle θ, then prove that

$$\sin\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}\,|\hat{a} - \hat{b}|.$$

29. Using properties of determinants show that

$$\begin{vmatrix} 1+a^2-b^2 & 2ab & -2b \\ 2ab & 1-a^2+b^2 & 2a \\ 2b & -2a & 1-a^2-b^2 \end{vmatrix} = (1+a^2+b^2)^3.$$

OR

collegedunia.com India's largest Student Review Platform

सारणिकों का प्रयोग करके, A(1, 3) और B(0, 0) को मिलाने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए । k का मान भी ज्ञात कीजिए, यदि एक बिन्दु D(k, 0) इस प्रकार है कि Δ ABD का क्षेत्रफल 3 वर्ग इकाई है ।

30. एक थैले में 5 लाल और 4 काली गेंदें हैं और एक दूसरे थैले में 3 लाल और 6 काली गेंदें हैं । दोनों थैलों में से यादृच्छया एक थैला चुना जाता है और उसमें से यादृच्छया (बिना प्रतिस्थापना के) दो गेंदें निकाली जाती हैं जो कि दोनों लाल पाई जाती हैं । प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि ये दोनों गेंदें दूसरे थैले में से निकाली गई हैं ।

31. निम्नलिखित रेखाओं के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए । अतः लिखिए कि क्या ये रेखाएँ परस्पर काटती हैं या नहीं ।

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = z, \quad \frac{x+1}{5} = \frac{y-2}{1}, \quad z = 2$$

अथवा

समतलों $\vec{r} \cdot (\hat{i} + 3\hat{j}) + 6 = 0$ व $\vec{r} \cdot (3\hat{i} - \hat{j} - 4\hat{k}) = 0$ की प्रतिच्छेदन रेखा से होकर जाने वाले उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो मूल-बिन्दु से एक इकाई की दूरी पर है ।

32. एक कम्पनी दो प्रकार का सामान, A और B बनाती है, जिसमें सोने व चाँदी का उपयोग होता है । प्रकार A की प्रत्येक इकाई में 3 g चाँदी और 1 g सोना, तथा प्रकार B की प्रत्येक इकाई में 1 g चाँदी और 2 g सोना प्रयोग में आता है । कम्पनी ज़्यादा-से-ज़्यादा 9 g चाँदी और 8 g सोने का ही प्रयोग कर सकती है । यदि प्रकार A की एक इकाई से ₹ 120 का लाभ व प्रकार B की एक इकाई से ₹ 150 का लाभ कमाया जाता है, तो अधिकतम लाभ अर्जित करने हेतु कम्पनी को दोनों प्रकारों की कितनी-कितनी इकाइयाँ बनानी चाहिए ?

उपर्युक्त समस्या को रैखिक प्रोग्रामन समस्या में सूत्रबद्ध करके आलेख विधि से हल कीजिए तथा अधिकतम लाभ भी ज्ञात कीजिए ।

collegedunia
India's largest Student Review Platform

Find the equation of the line joining A(1, 3) and B(0, 0), using determinants. Also, find k if D(k, 0) is a point such that the area of Δ ABD is 3 square units.

30. A bag contains 5 red and 4 black balls, a second bag contains 3 red and 6 black balls. One of the two bags is selected at random and two balls are drawn at random (without replacement), both of which are found to be red. Find the probability that these two balls are drawn from the second bag.

31. Find the shortest distance between the following lines and hence write whether the lines are intersecting or not.

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = z, \quad \frac{x+1}{5} = \frac{y-2}{1}, \quad z = 2$$

OR

Find the equation of the plane through the line of intersection of the planes $\vec{r} \cdot (\hat{i} + 3\hat{j}) + 6 = 0$ and $\vec{r} \cdot (3\hat{i} - \hat{j} - 4\hat{k}) = 0$, which is at a unit distance from the origin.

32. A company produces two types of goods, A and B, that require gold and silver. Each unit of type A requires 3 g of silver and 1 g of gold, while that of type B requires 1 g of silver and 2 g of gold. The company can use at the most 9 g of silver and 8 g of gold. If each unit of type A brings a profit of ₹ 120 and that of type B ₹ 150, then find the number of units of each type that the company should produce to maximise profit.

Formulate the above LPP and solve it graphically. Also, find the maximum profit.

collegedunia.com India's largest Student Review Platform

खण्ड घ

प्रश्न संख्या 33 से 36 तक प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है ।

33. यदि $y = 3\cos(\log x) + 4\sin(\log x)$ है, तो दर्शाइए कि

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + y = 0.$$

34. अन्तराल ज्ञात कीजिए जिनमें $f(x) = \sin x + \cos x,\ 0 \le x \le 2\pi$ द्वारा परिभाषित फलन f, निरंतर वर्धमान या निरंतर ह्रासमान है ।

अथवा

सिद्ध कीजिए कि एक शंकु के अंतर्गत महत्तम वक्र पृष्ठ क्षेत्रफल वाले लंब-वृत्तीय बेलन की त्रिज्या शंकु की त्रिज्या की आधी होती है ।

35. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{\sin 2x}}\,dx$$

36. यदि वक्र $x = y^2$ तथा $x = 4$ के बीच का क्षेत्रफल, रेखा $x = a$ द्वारा दो बराबर भागों में बँटता हो, तो समाकलन के प्रयोग से a का मान ज्ञात कीजिए ।

अथवा

ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{x}{(x-1)^2\,(x+2)}\,dx$$

collegedunia
India's largest Student Review Platform

SECTION D

Question numbers 33 to 36 carry 6 marks each.

33. If $y = 3\cos(\log x) + 4\sin(\log x)$, then show that

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + y = 0.$$

34. Find the intervals in which the function f defined as $f(x) = \sin x + \cos x$, $0 \le x \le 2\pi$ is strictly increasing or decreasing.

OR

Prove that the radius of the right circular cylinder of greatest curved surface area which can be inscribed in a given cone is half of that of the cone.

35. Evaluate :

$$\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{\sin 2x}}\, dx$$

36. If the area between the curves $x = y^2$ and $x = 4$ is divided into two equal parts by the line $x = a$, then find the value of a using integration.

OR

Find :

$$\int \frac{x}{(x-1)^2 (x+2)}\, dx$$

collegedunia.com India's largest Student Review Platform