



Series \$HKP25/C

SET~1

कोड नं. 65/1/1

रोल नं.							

परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।

नोट :

- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 9 हैं ।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं ।
- कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।
- इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।



गणित



निर्धारित समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 80

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए :

- इस प्रश्न-पत्र में दो भाग — क तथा ख हैं । प्रत्येक भाग अनिवार्य है । भाग क के 24 अंक तथा भाग ख के 56 अंक हैं ।
- भाग क में वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं तथा भाग ख में विवरणात्मक प्रश्न हैं ।

भाग क : (वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

- इस भाग में दो खण्ड – I तथा II हैं ।
- खण्ड – I में 16 अति लघु उत्तर प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें 5 प्रश्नों में विकल्प दिए गए हैं । प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।
- खण्ड – II में 2 विवरण अध्ययन प्रकार के प्रश्न हैं । प्रत्येक में 5 बहुविकल्पीय प्रश्न हैं जिनमें से 4 हल करने हैं । प्रत्येक बहुविकल्पीय प्रश्न 1 अंक का है ।

भाग ख : (विवरणात्मक प्रश्न)

- इस भाग में तीन खण्ड – III, IV तथा V हैं ।
- खण्ड – III में 10 प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं ।
- खण्ड – IV में 7 प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं ।
- खण्ड – V में 3 प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 5 अंक हैं ।
- खण्ड – III में 3 प्रश्नों में, खण्ड – IV में 2 प्रश्नों में तथा खण्ड – V में 3 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं । ऐसे सभी प्रश्नों में से एक विकल्प हल करना है ।

65/1/1

10





भाग क
(खण्ड - I)

प्रश्न संख्या 1 से 16 तक प्रत्येक प्रश्न का 1 अंक है।

16×1=16

1. यदि A कोटि 3 का एक वर्ग आव्यूह है जिसके लिए $A(\text{adj } A) = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ है, तो $|A|$ ज्ञात कीजिए। 1
2. (a) आव्यूह A, जिसके लिए $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} -1 & -8 \\ 1 & -2 \\ 9 & 22 \end{bmatrix}$ है, की कोटि ज्ञात कीजिए। 1
- अथवा
- (b) यदि $B = \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$ तथा $A + 2B = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -7 & 5 \end{bmatrix}$ हो, तो आव्यूह A ज्ञात कीजिए। 1
3. समुच्चय $A = \{a, b, c\}$ पर परिभाषित सबसे छोटा स्वतुल्य संबंध लिखिए। 1
4. (a) ज्ञात कीजिए : $\int e^x \left(\log \sqrt{x} + \frac{1}{2x} \right) dx$ 1
- अथवा
- (b) ज्ञात कीजिए : $\int e^{2 \log x} dx$ 1
5. (a) सदिशों $\hat{i} - \hat{j}$ और $\hat{j} - \hat{k}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। 1
- अथवा
- (b) सदिश $\vec{r} = 3\hat{i} - 4\hat{j} + 12\hat{k}$ का (i) x-अक्ष पर प्रक्षेप, एवं (ii) y-अक्ष पर प्रक्षेप लिखिए। 1
6. α और β के मान ज्ञात कीजिए, यदि सदिश $\vec{a} = \alpha\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}$ तथा $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} - \beta\hat{k}$ संरेखीय हैं। 1
7. यदि समुच्चय $A = \{1, 2, 3, 4\}$ पर फलन $f = \{(1, 2), (2, 4), (3, 1), (4, k)\}$ एकैकी हो (समुच्चय A से A तक), तो k का मान ज्ञात कीजिए। 1
8. (a) जाँच कीजिए कि क्या समुच्चय $\{1, 2, 3, 4\}$ पर परिभाषित संबंध $R = \{(a, b) : b = a + 1\}$ संक्रामक है। अपने उत्तर का औचित्य भी दीजिए। 1
- अथवा
- (b) यदि समुच्चय $A = \{x : 0 \leq x \leq 12\}$ में संबंध $R = \{(a, b) : a = b\}$ द्वारा परिभाषित एक तुल्यता संबंध है, तो 1 से संबंधित सभी अवयवों का समुच्चय ज्ञात कीजिए। 1



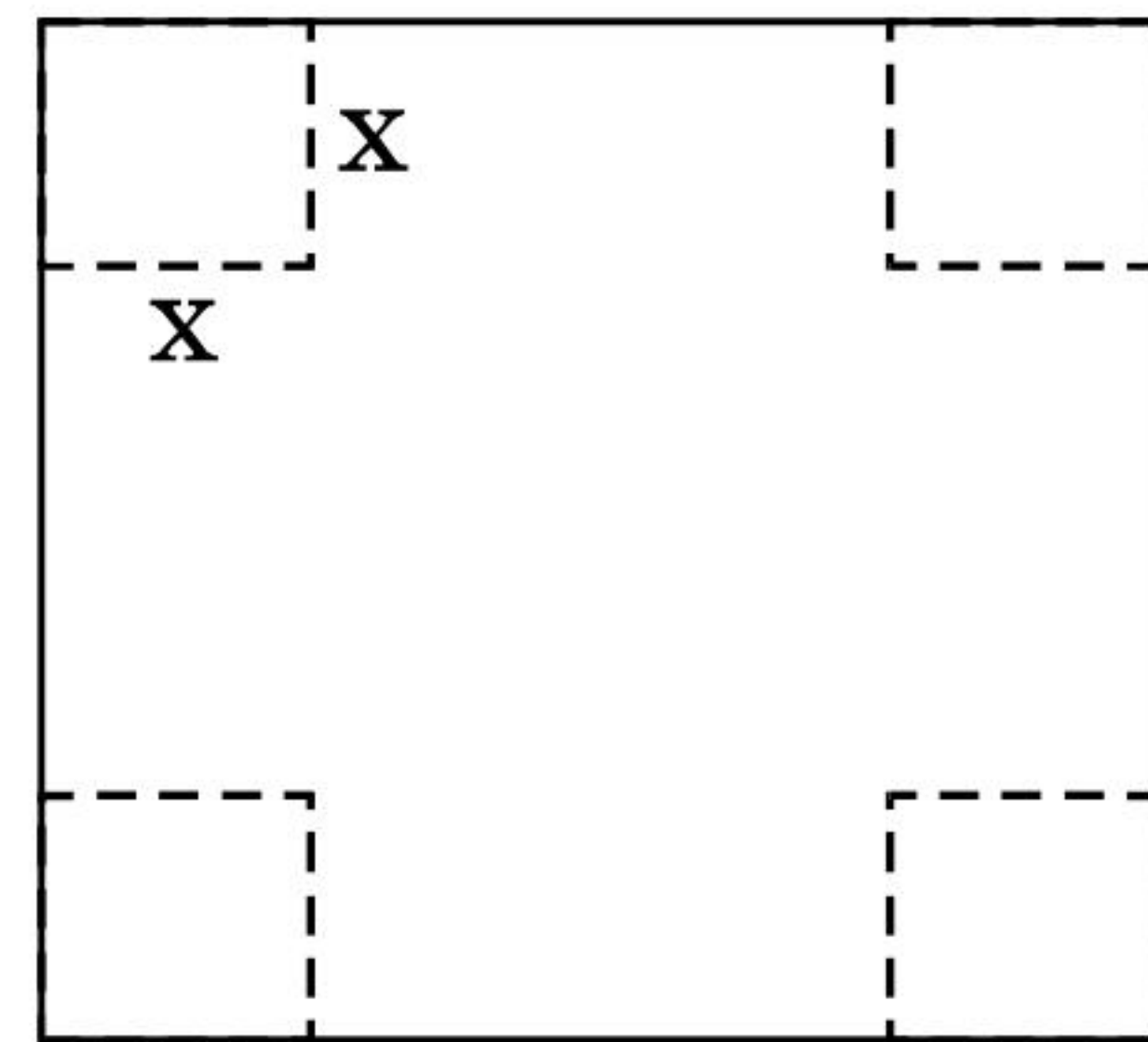
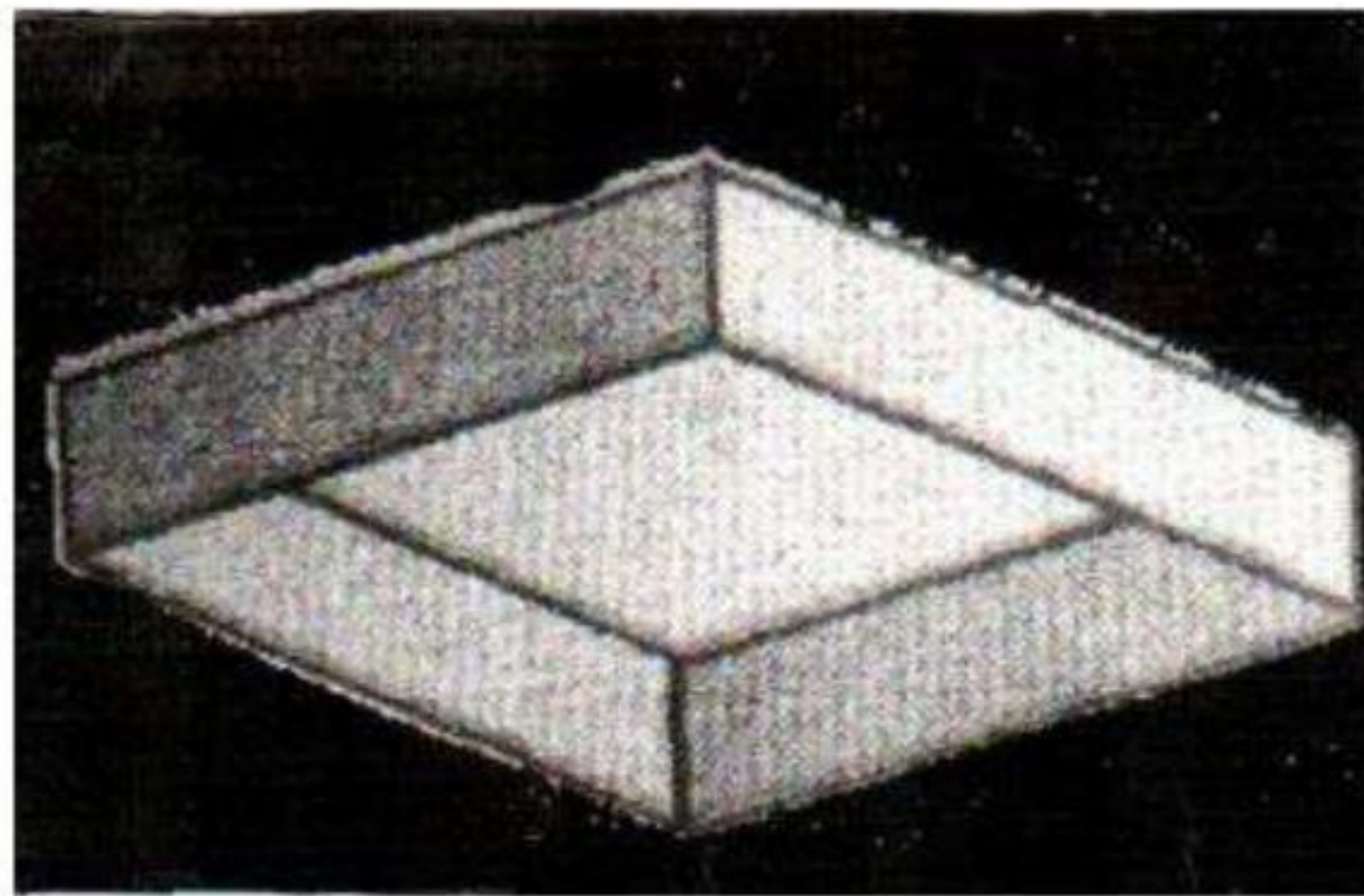


9. यदि $A = [1 \ 0 \ 4]$ और $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$ हो, तो AB ज्ञात कीजिए। 1
10. (a) अवकल समीकरण
$$\frac{d^2y}{dx^2} + 3\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = x^2 \log\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)$$
की कोटि एवं घात लिखिए। 1
- अथवा
- (b) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = a$, जहाँ a एक स्वेच्छ अचर है, का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। 1
11. दर्शाइए कि फलन $f(x) = \frac{3}{x} + 7$, $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ के लिए निरंतर हासमान है। 1
12. सदिश $\vec{a} = (\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}) \times (-\hat{i} + 3\hat{k})$ का परिमाण ज्ञात कीजिए। 1
13. निर्देशांक अक्षों के बिन्दुओं $(2, 0, 0)$, $(0, 4, 0)$ तथा $(0, 0, 7)$ पर काटने वाले समतल का समीकरण लिखिए। 1
14. दो समांतर समतलों $3x + 5y + 7z = 3$ एवं $9x + 15y + 21z = 12$ के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए। 1
15. यदि A और B दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं और $P(A) = \frac{1}{3}$ तथा $P(B) = \frac{1}{2}$ हो, तो $P(\bar{A} | \bar{B})$ ज्ञात कीजिए। 1
16. एक सिक्के को एक बार उछाला जाता है। यदि चित आता है, तो एक पासा फेंका जाता है, परन्तु यदि पट आता है, तो उसी सिक्के को दुबारा उछाला जाता है। चित और 6 की संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 1

(खण्ड - II)

दोनों विवरण अध्ययन प्रश्न (17 व 18) अनिवार्य हैं। प्रश्न संख्या 17 व 18 में प्रत्येक में दिए 5 उपभागों में से कोई 4 हल करने हैं। प्रत्येक उपभाग 1 अंक का है।

17. एक फैक्टरी, गहनों की दुकान के लिए, ऊपर से खुला गत्ते का एक डिब्बा बनाने के लिए 18 cm भुजा के गत्ते के वर्गाकार टुकड़े से प्रत्येक कोने पर एक वर्ग काट कर, इस प्रकार बने गत्ते के फलकों को मोड़ देती है।





उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्न पाँच प्रश्नों में से किन्हीं चार के उत्तर दीजिए, यदि कौनों से कटे प्रत्येक वर्ग की भुजा की लम्बाई x है :

4×1=4

(i) ढक्कन रहित (खुले) डिब्बे का आयतन है :

- (A) $4x(x^2 - 18x + 81)$
(B) $2x(2x^2 + 36x + 162)$
(C) $2x(2x^2 + 36x - 162)$
(D) $4x(x^2 + 18x + 81)$

(ii) आयतन (V) के अधिकतमीकरण की शर्त है :

- (A) $\frac{dV}{dx} = 0$ और $\frac{d^2V}{dx^2} < 0$
(B) $\frac{dV}{dx} = 0$ और $\frac{d^2V}{dx^2} > 0$
(C) $\frac{dV}{dx} > 0$ और $\frac{d^2V}{dx^2} = 0$
(D) $\frac{dV}{dx} < 0$ और $\frac{d^2V}{dx^2} = 0$

(iii) काटे जाने वाले वर्ग की भुजा कितनी होनी चाहिए, जिससे आयतन अधिकतम हो ?

- (A) 6 cm
(B) 9 cm
(C) 3 cm
(D) 4 cm

(iv) खुले डिब्बे का अधिकतम आयतन है :

- (A) 423 cm^3
(B) 432 cm^3
(C) 400 cm^3
(D) 216 cm^3

(v) काटे गए वर्गों का कुल क्षेत्रफल है :

- (A) 324 cm^2
(B) 144 cm^2
(C) 36 cm^2
(D) 64 cm^2

18. कक्षा XII की चार विकल्पों वाले एक बहुविकल्पी परीक्षा में उत्तर देने में एक विद्यार्थी या तो प्रश्न का उत्तर जानता है या वह अनुमान लगाता है और या नकल करता है। मान लीजिए उसके अनुमान लगाने की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ तथा नकल करने की प्रायिकता $\frac{1}{6}$ है। नकल से सही उत्तर देने की प्रायिकता $\frac{1}{8}$ है।

माना घटनाएँ E_1, E_2, E_3, A निम्न प्रकार हैं :

- E_1 : विद्यार्थी अनुमान लगाता है
 E_2 : विद्यार्थी नकल करता है
 E_3 : विद्यार्थी उत्तर जानता है
A : विद्यार्थी का उत्तर सही होता है।





उपर्युक्त सूचना पर आधारित निम्न पाँच प्रश्नों में से किन्हीं चार के उत्तर दीजिए :

4×1=4

- (i) विद्यार्थी के उत्तर जानने की प्रायिकता क्या है ?
- (A) 1
(B) $\frac{1}{2}$
(C) $\frac{2}{3}$
(D) $\frac{1}{4}$
- (ii) दिया गया है कि विद्यार्थी उत्तर जानता है, तब उत्तर के सही होने की प्रायिकता क्या है ?
- (A) 1
(B) 0
(C) $\frac{1}{4}$
(D) $\frac{1}{8}$
- (iii) दिया गया है कि विद्यार्थी अनुमान लगाता है, तब भी उत्तर के सही होने की प्रायिकता क्या होगी ?
- (A) $\frac{1}{4}$
(B) 0
(C) 1
(D) $\frac{1}{8}$
- (iv) उत्तर के सही होने पर, विद्यार्थी के प्रश्न का उत्तर जानने की प्रायिकता क्या होगी ?
- (A) $\frac{24}{29}$
(B) $\frac{4}{29}$
(C) $\frac{1}{29}$
(D) $\frac{3}{29}$
- (v) $\sum_{k=1}^3 P(E_k | A)$ है :
- (A) 0
(B) $\frac{1}{3}$
(C) 1
(D) $\frac{11}{8}$





भाग ख
(खण्ड - III)

प्रश्न संख्या 19 से 28 तक प्रत्येक प्रश्न के 2 अंक हैं।

10×2=20

19. एक यादृच्छया चर X का प्रायिकता बंटन निम्न है :

X :	0	1	2	3	4
P(X) :	0	K	4K	3K	2K

K का मान एवं $P(X \leq 2)$ ज्ञात कीजिए।

2

20. $\sec^{-1}\left(\frac{1}{2x^2-1}\right)$, $0 < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$ को सरल कीजिए।

2

21. यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 0 & 6-5x \\ x^2 & x+3 \end{bmatrix}$ सममित है, तो x के मान ज्ञात कीजिए।

2

22. (a) यदि फलन f, जो निम्न रूप में परिभाषित है, $x = 3$ पर संतत है, तो a तथा b के बीच संबंध को ज्ञात कीजिए :

$$f(x) = \begin{cases} ax + 1 & \text{यदि } x \leq 3 \\ bx + 3 & \text{यदि } x > 3 \end{cases}$$

2

अथवा

(b) $x = 3$ पर फलन $f(x) = |x - 3|$ के अवकलनीय होने की जाँच कीजिए।

2

23. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1} dx$$

2

24. (a) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{-1}^1 \frac{|x|}{x} dx$$

2

अथवा

(b) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi/2} \log\left(\frac{4 + 3 \sin x}{4 + 3 \cos x}\right) dx$$

2

25. $x \frac{dy}{dx} + (1 + x \cot x) y = x$ का समाकलन-गुणक ज्ञात कीजिए।

2

26. यदि \vec{a} , \vec{b} और \vec{c} तीन परस्पर लंबवत् मात्रक सदिश हैं, तो $|\vec{a} + 2\vec{b} + 3\vec{c}|$ का मान ज्ञात कीजिए।

2

65/1/1

15

P.T.O.





27. यदि एक समांतर चतुर्भुज ABCD की भुजाएँ AB तथा BC, सदिश $\vec{AB} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ तथा $\vec{BC} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ द्वारा निरूपित की जाती हैं, तो विकर्ण AC के अनुदिश मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए। 2
28. (a) समाकलन विधि के प्रयोग से, वक्र $y^2 = 4x$, y-अक्ष और रेखा $y = 3$ के बीच घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 2

अथवा

- (b) समाकलन विधि के प्रयोग से, रेखा $2y = -x + 8$, x-अक्ष, $x = 2$ एवं $x = 4$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 2

(खण्ड - IV)

प्रश्न संख्या 29 से 35 तक प्रत्येक प्रश्न के 3 अंक हैं।

7×3=21

29. सिद्ध कीजिए कि नीचे परिभाषित फलन $f: \mathbb{R} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{1\}$, एकैकी आच्छादक फलन है :

$$f(x) = \frac{x}{x+1} \quad 3$$

30. (a) यदि $x = a \cos \theta + b \sin \theta$, $y = a \sin \theta - b \cos \theta$ है,

तो दर्शाइए कि $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$,

अतः दर्शाइए कि

$$y^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = 0.$$

अथवा

- (b) यदि $e^{y-x} = y^x$ है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y(1 + \log y)}{x \log y}$$

31. $e^{\cos x}$ के सापेक्ष, $\sin^2 x$ का अवकलन कीजिए। 3

32. (a) वक्र $y^2 = 4ax$ के बिन्दु $\left(\frac{a}{m^2}, \frac{2a}{m}\right)$ पर अभिलंब का समीकरण ज्ञात कीजिए। 3

अथवा

- (b) वक्र $y(1+x^2) = 2-x$ जिस बिन्दु पर x-अक्ष को काटती है, उस पर स्पर्श-रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए। 3

33. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{x^2}{(x-1)(x+1)^2} dx \quad 3$$





34. यदि अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{2xy - y^2}{2x^2}$ का हल $\frac{ax}{y} = b \log |x| + C$ है, तो a और b के मान ज्ञात कीजिए। 3

35. समाकलन विधि के प्रयोग से, वृत्त $x^2 + y^2 = 9$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 3

(खण्ड - V)

प्रश्न संख्या 36 से 38 तक प्रत्येक प्रश्न के 5 अंक हैं।

3×5=15

36. (a) यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 1 & -2 & 6 \end{bmatrix}$ है, तो A^{-1} ज्ञात कीजिए।

अतः निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$3x + 4y + 2z = 8$$

$$2y - 3z = 3$$

$$x - 2y + 6z = -2$$

अथवा

(b) यदि $A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ है, तो $(AB)^{-1}$ ज्ञात कीजिए। 5

37. (a) निम्न रेखाओं के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए :

$$\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1} \quad \text{तथा} \quad \frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$$

अथवा

(b) रेखा $\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k} + \lambda(3\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k})$ एवं समतल $\vec{r} \cdot (\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) = 5$ के प्रतिच्छेदन बिन्दु और बिन्दु $(-1, -5, -10)$ के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए। 5

38. (a) निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेखीय विधि से हल कीजिए :

व्यवरोधों

$$x + 3y \leq 60$$

$$x + y \geq 10$$

$$x \leq y$$

$$x, y \geq 0$$

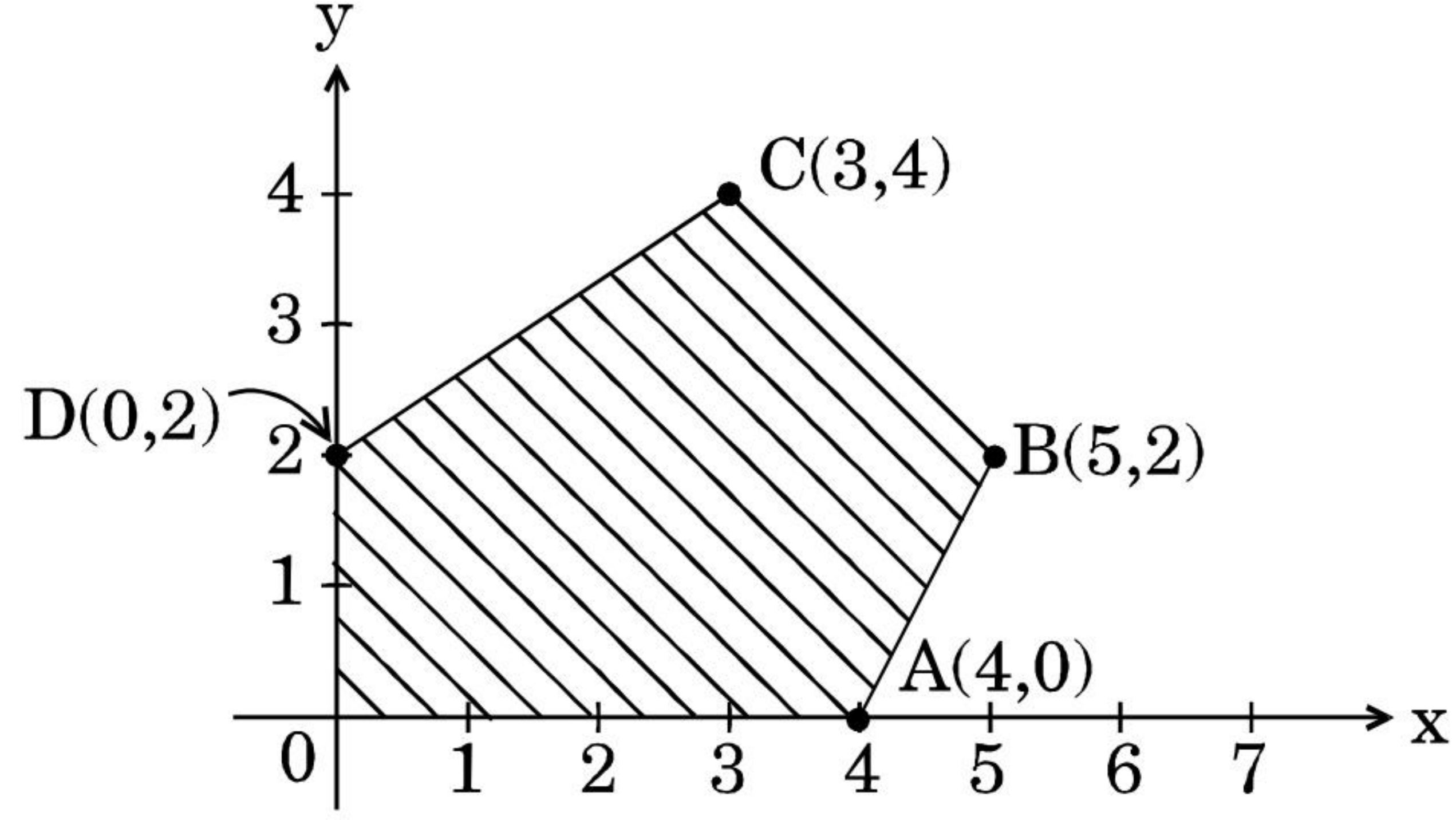
के अंतर्गत $z = 3x + 9y$ का अधिकतमीकरण कीजिए।

अथवा





- (b) रैखिक असमिकाओं के निकाय से निर्धारित सुसंगत क्षेत्र के कोनीय बिन्दु निम्न आकृति में दिखाए गए हैं :



निम्न में प्रत्येक का उत्तर दीजिए :

- (i) माना $z = 13x - 15y$ एक उद्देश्य फलन है । z का अधिकतम एवं न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए और वे कोनीय बिन्दु भी ज्ञात कीजिए जिन पर अधिकतम और न्यूनतम मान स्थित हैं ।
- (ii) माना $z = kx + y$ एक उद्देश्य फलन है । k का मान ज्ञात कीजिए, यदि z का मान कोने A एवं B पर एक समान है ।

5



collegedunia.com
India's largest Student Review Platform

