SET-3

Series BVM/C

कोड नं.
Code No. **65/1/3**

रोल नं.
Roll No.

परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.

- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **11** हैं ।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **29** प्रश्न हैं ।
- **कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।**
- इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।
- Please check that this question paper contains **11** printed pages.
- Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please check that this question paper contains **29** questions.
- **Please write down the Serial Number of the question before attempting it.**
- 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

गणित

MATHEMATICS

निर्धारित समय : 3 घण्टे — *अधिकतम अंक : 100*

Time allowed : 3 hours — *Maximum Marks : 100*

collegedunia
India's largest Student Review Platform

सामान्य निर्देश :

(i) **सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं ।

(ii) इस प्रश्न-पत्र में **29** प्रश्न हैं जो चार खण्डों में विभाजित हैं : अ, ब, स तथा द । खण्ड अ में **4** प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक **एक अंक** का है । खण्ड ब में **8** प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक **दो अंक** का है । खण्ड स में **11** प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक **चार अंक** का है । खण्ड द में **6** प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक **छः अंक** का है ।

(iii) खण्ड अ में सभी प्रश्नों के उत्तर एक शब्द, एक वाक्य अथवा प्रश्न की आवश्यकतानुसार दिए जा सकते हैं ।

(iv) पूर्ण प्रश्न-पत्र में विकल्प नहीं हैं । फिर भी खण्ड अ के 1 प्रश्न में, खण्ड ब के 3 प्रश्नों में, खण्ड स के 3 प्रश्नों में तथा खण्ड द के 3 प्रश्नों में आन्तरिक विकल्प हैं । ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प हल करना है ।

(v) कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति **नहीं** है । यदि आवश्यक हो, तो आप लघुगणकीय सारणियाँ माँग सकते हैं ।

General Instructions :

(i) **All** questions are compulsory.

(ii) The question paper consists of **29** questions divided into four sections A, B, C and D. Section A comprises of **4** questions of **one mark** each, Section B comprises of **8** questions of **two marks** each, Section C comprises of **11** questions of **four marks** each and Section D comprises of **6** questions of **six marks** each.

(iii) All questions in Section A are to be answered in one word, one sentence or as per the exact requirement of the question.

(iv) There is no overall choice. However, internal choice has been provided in 1 question of Section A, 3 questions of Section B, 3 questions of Section C and 3 questions of Section D. You have to attempt only one of the alternatives in all such questions.

(v) Use of calculators is **not** permitted. You may ask for logarithmic tables, if required.

खण्ड अ

SECTION A

प्रश्न संख्या 1 से 4 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

Question numbers 1 to 4 carry 1 mark each.

1. सारणिक $\begin{vmatrix} 5 & 3 & 8 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ के अवयव a_{23} का सहखण्ड ज्ञात कीजिए ।

Find the cofactor of the element a_{23} of the determinant $\begin{vmatrix} 5 & 3 & 8 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$.

2. z-अक्ष पर बिन्दु P(3, – 4, 5) से डाले गए लम्ब की लम्बाई ज्ञात कीजिए ।

अथवा

एक समतल का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए जो मूल-बिन्दु से 5 इकाई की दूरी पर है तथा जिसका अभिलंब सदिश $2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ है ।

collegedunia
India's largest Student Review Platform

Find the length of the perpendicular drawn from the point P(3, – 4, 5) on the z-axis.

OR

Find the vector equation of a plane, which is at a distance of 5 units from the origin and whose normal vector is $2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$.

3. वक्रों $ax + by = 0$ के कुल को निरूपित करने वाला अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए, जहाँ a तथा b स्वेच्छ अचर हैं ।

Form the differential equation representing the family of curves $ax + by = 0$, where a and b are arbitrary constants.

4. यदि $\sin^2 x + \cos^2 y = 1$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

Find $\frac{dy}{dx}$, if $\sin^2 x + \cos^2 y = 1$.

खण्ड ब

SECTION B

प्रश्न संख्या 5 से 12 तक प्रत्येक प्रश्न के 2 अंक हैं ।

Question numbers 5 to 12 carry 2 marks each.

5. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{1}{\cos^2 x\,(1 - \tan x)^2}\,dx$$

अथवा

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^1 x\,(1 - x)^n\,dx$$

Find :

$$\int \frac{1}{\cos^2 x\,(1 - \tan x)^2}\,dx$$

OR

Evaluate :

$$\int_0^1 x\,(1 - x)^n\,dx$$

collegedunia.com India's largest Student Review Platform

6. वक्रों के कुल $y = b\cos(x + a)$, जहाँ a और b स्वेच्छ अचर हैं, को निरूपित करने वाले अवकल समीकरण को ज्ञात कीजिए ।

Form the differential equation representing the family of curves $y = b\cos(x + a)$, where a and b are arbitrary constants.

7. मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए जो सदिश $\vec{a}$ और $\vec{b}$ दोनों पर लंब हो, जहाँ

$$\vec{a} = 4\hat{i} - \hat{j} + 8\hat{k};\ \vec{b} = -\hat{j} + \hat{k}.$$

अथवा

यदि $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ तथा $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j}$ ऐसे सदिश हैं कि $\vec{a} + \lambda\vec{b}$ सदिश $\vec{c}$ पर लंब है, तो λ का मान ज्ञात कीजिए ।

Find a unit vector perpendicular to both $\vec{a}$ and $\vec{b}$, where

$$\vec{a} = 4\hat{i} - \hat{j} + 8\hat{k},\ \vec{b} = -\hat{j} + \hat{k}.$$

OR

If $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j}$ are such that $\vec{a} + \lambda\vec{b}$ is perpendicular to $\vec{c}$, then find the value of λ.

8. A और B दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं जिनके लिए $P(A) = 0{\cdot}3$ और $P(B) = 0{\cdot}5$ है । $P(A|B)$ ज्ञात कीजिए ।

अथवा

एक थैले में 3 सफेद व 2 लाल गेंदें हैं और दूसरे थैले में 4 सफेद व 3 लाल गेंदें हैं । प्रत्येक थैले से एक गेंद यादृच्छया निकाली जाती है । निकाली गई गेंदों में एक सफेद व एक लाल गेंद होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।

Given that A and B are two independent events such that $P(A) = 0{\cdot}3$ and $P(B) = 0{\cdot}5$. Find $P(A|B)$.

OR

A bag contains 3 white and 2 red balls, another bag contains 4 white and 3 red balls. One ball is drawn at random from each bag. Find the probability that the balls drawn are one white and one red.

collegedunia
India's largest Student Review Platform

9. एक प्रश्न को A, B और C द्वारा स्वतंत्र रूप से हल करने की प्रायिकताएँ क्रमशः $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ और $\frac{1}{4}$ हैं । यदि तीनों, स्वतंत्र रूप से, प्रश्न हल करने का प्रयास करते हैं, तो प्रश्न के हल हो जाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।

The probabilities of A, B and C solving a problem independently are $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ and $\frac{1}{4}$ respectively. If all the three try to solve the problem independently, find the probability that the problem is solved.

10. यदि $f : R \rightarrow R$, $f(x) = (3 - x^3)^{\frac{1}{3}}$ द्वारा परिभाषित है, तो fof (x) ज्ञात कीजिए ।

If $f : R \rightarrow R$ is given by $f(x) = (3 - x^3)^{\frac{1}{3}}$, find fof (x).

11. x के किस मान के लिए $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ x \end{bmatrix} = 0$ है ?

For what value of x is $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ x \end{bmatrix} = 0$?

12. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{dx}{\sqrt{5 - 4x - x^2}}$$

Find :

$$\int \frac{dx}{\sqrt{5 - 4x - x^2}}$$

collegedunia.com India's largest Student Review Platform

खण्ड स
SECTION C

प्रश्न संख्या 13 से 23 तक प्रत्येक प्रश्न के 4 अंक हैं ।

Question numbers 13 to 23 carry 4 marks each.

13. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{\cos x}{(1 + \sin x)(2 + \sin x)} dx$$

Find :

$$\int \frac{\cos x}{(1 + \sin x)(2 + \sin x)} dx$$

14. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$$

Evaluate :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$$

15. अवकल समीकरण $x\,dx - y\,e^y \sqrt{1 + x^2}\;dy = 0$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया गया है $y = 1$ जबकि $x = 0$.

अथवा

अवकल समीकरण $x \cos\left(\frac{y}{x}\right) \frac{dy}{dx} = y \cos\left(\frac{y}{x}\right) + x$ को हल कीजिए ।

Find the particular solution of the differential equation

$x\,dx - y\,e^y \sqrt{1 + x^2}\;dy = 0$, given that $y = 1$ when $x = 0$.

OR

Solve the differential equation $x \cos\left(\frac{y}{x}\right) \frac{dy}{dx} = y \cos\left(\frac{y}{x}\right) + x$.

collegedunia
India's largest Student Review Platform

16. समतलों $\vec{r} \cdot (3\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}) = 5$ एवं $\vec{r} \cdot (3\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}) = 4$ के समान्तर उस रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु $(2, 3, -1)$ से गुज़रती है ।

Find the vector equation of the line passing through the point $(2, 3, -1)$ and parallel to the planes $\vec{r} \cdot (3\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}) = 5$ and $\vec{r} \cdot (3\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}) = 4$.

17. मान लीजिए कि $A = \mathbf{N} \times \mathbf{N}$ सभी प्राकृत संख्याओं के क्रमित युग्मों का समुच्चय है और संबंध R समुच्चय A पर (a, b) R (c, d) यदि व केवल यदि ad = bc द्वारा परिभाषित है । दर्शाइए कि R एक तुल्यता संबंध है ।

अथवा

दर्शाइए कि $f : \mathbf{R} - \{2\} \to \mathbf{R} - \{1\},\ f(x) = \frac{x}{x-2}$ द्वारा परिभाषित फलन एकैकी है । यदि $g : \mathbf{R} - \{1\} \to \mathbf{R} - \{2\},\ g(x) = \frac{2x}{x-1}$ द्वारा परिभाषित है, तो gof (x) ज्ञात कीजिए ।

Let $A = \mathbf{N} \times \mathbf{N}$ be the set of all ordered pairs of natural numbers and R be the relation on the set A defined by (a, b) R (c, d) iff ad = bc. Show that R is an equivalence relation.

OR

Show that $f : \mathbf{R} - \{2\} \to \mathbf{R} - \{1\}$ defined by $f(x) = \frac{x}{x-2}$ is one-one. Also, if $g : \mathbf{R} - \{1\} \to \mathbf{R} - \{2\}$ is defined as $g(x) = \frac{2x}{x-1}$, find gof (x).

18. यदि $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$ है, तो दर्शाइए कि $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + y = 0.$

If $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$, show that $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + y = 0.$

19. सिद्ध कीजिए कि :

$$\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}\right) = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\cos^{-1} x;\quad \frac{-1}{\sqrt{2}} \le x \le 1$$

Prove that :

$$\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}\right) = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\cos^{-1} x;\quad \frac{-1}{\sqrt{2}} \le x \le 1$$

collegedunia
India's largest Student Review Platform

20. यदि $x^y \cdot y^x = x^x$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

अथवा

यदि $x = a \sec^3 \theta$ तथा $y = a \tan^3 \theta$ है, तो $\frac{d^2y}{dx^2}$ ज्ञात कीजिए ।

Find $\frac{dy}{dx}$, if $x^y \cdot y^x = x^x$.

OR

If $x = a \sec^3 \theta$ and $y = a \tan^3 \theta$, find $\frac{d^2y}{dx^2}$.

21. यदि चार बिंदु A(5, x, 4), B(4, 4, 0), C(5, 4, – 3) तथा D(7, 7, – 2) समतलीय हैं, तो x का मान ज्ञात कीजिए ।

Find x such that the four points A(5, x, 4), B(4, 4, 0), C(5, 4, – 3) and D(7, 7, – 2) are coplanar.

22. परवलय $y^2 = 4ax$ के बिंदु $(at^2, 2at)$ पर स्पर्श-रेखा तथा अभिलंब के समीकरण ज्ञात कीजिए ।

Find the equations of the tangent and normal to the parabola $y^2 = 4ax$ at the point $(at^2, 2at)$.

23. सारणिकों के गुणधर्मों के प्रयोग से निम्न को सिद्ध कीजिए :

$$\begin{vmatrix} \alpha & \alpha^2 & \beta + \gamma \\ \beta & \beta^2 & \gamma + \alpha \\ \gamma & \gamma^2 & \alpha + \beta \end{vmatrix} = (\beta - \gamma)(\gamma - \alpha)(\alpha - \beta)(\alpha + \beta + \gamma)$$

Prove the following, using properties of determinants :

$$\begin{vmatrix} \alpha & \alpha^2 & \beta + \gamma \\ \beta & \beta^2 & \gamma + \alpha \\ \gamma & \gamma^2 & \alpha + \beta \end{vmatrix} = (\beta - \gamma)(\gamma - \alpha)(\alpha - \beta)(\alpha + \beta + \gamma)$$

collegedunia.com
India's largest Student Review Platform

खण्ड द

SECTION D

प्रश्न संख्या 24 से 29 तक प्रत्येक प्रश्न के 6 अंक हैं ।

Question numbers 24 to 29 carry 6 marks each.

24. रेखा $\frac{x-8}{4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{8}$ समतल $2x + 2y + z = 3$ को जिस बिन्दु पर काटती है, उसके निर्देशांक ज्ञात कीजिए । रेखा एवं समतल के बीच का कोण भी ज्ञात कीजिए ।

अथवा

दिक्-अनुपात $< 2, 2, 1 >$ वाली रेखा निम्न दो रेखाओं को क्रमश: बिन्दु P तथा Q पर काटती है :

$$\frac{x-7}{3} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-3}{1} \text{ तथा } \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+1}{3}$$

अन्त:खण्ड PQ का समीकरण एवं लम्बाई ज्ञात कीजिए ।

Find the coordinates of the point where the line $\frac{x-8}{4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{8}$ intersects the plane $2x + 2y + z = 3$. Also find the angle between the line and the plane.

OR

A line with direction ratios $< 2, 2, 1 >$ intersects the lines

$$\frac{x-7}{3} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-3}{1} \text{ and } \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+1}{3}$$

at the points P and Q respectively. Find the length and the equation of the intercept PQ.

25. एक छोटी फर्म कुर्सियाँ और मेज़ें बनाती है । बाज़ार की माँग व उपलब्ध साधनों के अनुसार प्रतिदिन कुर्सियाँ और मेज़ों का कुल उत्पादन 50 इकाइयों से अधिक नहीं होना चाहिए । एक कुर्सी को बनाने में 30 मिनट व एक मेज़ को बनाने में 1 घंटा लगता है । प्रतिदिन अधिकतम 40 कार्य घंटे उपलब्ध हैं । एक कुर्सी पर ₹ 40 का लाभ व एक मेज़ पर ₹ 60 का लाभ होता है । ज्ञात कीजिए, अधिकतम लाभ अर्जित करने के लिए प्रतिदिन कितनी कुर्सियाँ और कितनी मेज़ें बनाई जाएँ । अधिकतम लाभ भी ज्ञात कीजिए । रैखिक प्रोग्रामन समस्या बनाकर उसे आलेख विधि से हल कीजिए ।

collegedunia.com India's largest Student Review Platform

A small firm manufactures chairs and tables. Market demand and available resources indicate that the combined production of chairs and tables should not exceed 50 units per day. It takes 30 minutes to manufacture a chair and 1 hour to manufacture a table. A maximum of 40 man-hours per day are available. The profit on each chair is ₹ 40 and profit on each table is ₹ 60. Determine how many each of chairs and tables should be manufactured per day in order to maximize the profit. What is the maximum profit ? Formulate LPP and solve graphically.

26. थैले I में, 4 लाल गेंदें व 2 हरी गेंदें हैं और थैले II में, 3 लाल गेंदें व 5 हरी गेंदें हैं । थैले I से यादृच्छया एक गेंद निकाल कर थैले II में डाली जाती है और तत्पश्चात् थैले II से यादृच्छया एक गेंद निकाली जाती है । निकाली गई गेंद हरे रंग की है । प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि स्थानांतरित की गई गेंद भी हरी थी ।

Bag I contains 4 red and 2 green balls and Bag II contains 3 red and 5 green balls. One ball is transferred at random from Bag I to Bag II and then a ball is drawn at random from Bag II. The ball so drawn is found to be green in colour. Find the probability that the transferred ball is also green.

27. यदि $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ है, तो A^{-1} ज्ञात कीजिए । A^{-1} का प्रयोग करके, निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$y + 2z = 5$$
$$x + 2y + 3z = 10$$
$$3x + y + z = 9$$

अथवा

प्रारम्भिक संक्रियाओं का प्रयोग करके, आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{bmatrix}$ का व्युत्क्रम प्राप्त कीजिए ।

collegedunia.com India's largest Student Review Platform

If $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, find A^{-1}. Using A^{-1}, solve the system of equations

$$y + 2z = 5$$
$$x + 2y + 3z = 10$$
$$3x + y + z = 9$$

OR

Obtain the inverse of the following matrix using elementary operations :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

28. शत्रु का एक हैलिकॉप्टर वक्र $y = x^2 + 7$ के अनुदिश प्रदत्त पथ पर उड़ रहा है । बिंदु (3, 7) पर स्थित एक सैनिक अपनी स्थिति से न्यूनतम दूरी पर उस हैलिकॉप्टर को गोली मारना चाहता है । न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए ।

A helicopter of the enemy is flying along the curve given by $y = x^2 + 7$. A soldier, placed at (3, 7), wants to shoot down the helicopter when it is nearest to him. Find the nearest distance.

29. समाकलन के प्रयोग से x-अक्ष के ऊपर तथा वृत्त $x^2 + y^2 = 4x$ एवं परवलय $y^2 = 2x$ के मध्यवर्ती क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

अथवा

समाकलन के प्रयोग से Δ ABC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष A(3, 2), B(5, 7) तथा C(7, 5) हैं ।

Using integration, find the area lying above x-axis and included between the circle $x^2 + y^2 = 4x$ and inside of the parabola $y^2 = 2x$.

OR

Using integration, find the area of Δ ABC whose vertices are A(3, 2), B(5, 7) and C(7, 5).

collegedunia
India's largest Student Review Platform