Series SKS/1/C

कोड नं. **65/1/1**
Code No.

रोल नं.
Roll No.

परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।
Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.

- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 12 हैं ।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 29 प्रश्न हैं ।
- **कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।**
- इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।
- Please check that this question paper contains **12** printed pages.
- Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please check that this question paper contains **29** questions.
- **Please write down the Serial Number of the question before attempting it.**
- 15 minutes time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

गणित

MATHEMATICS

निर्धारित समय : 3 घण्टे | *अधिकतम अंक : 100*

Time allowed : 3 hours | *Maximum Marks : 100*

collegedunia India's largest Student Review Platform

सामान्य निर्देश :

(i) ***सभी*** *प्रश्न अनिवार्य हैं ।*

(ii) *इस प्रश्न पत्र में **29** प्रश्न हैं जो तीन खण्डों में विभाजित हैं : अ, ब तथा स । खण्ड अ में **10** प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक **एक अंक** का है । खण्ड ब में **12** प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक **चार अंक** का है । खण्ड स में **7** प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक **छः अंक** का है ।*

(iii) *खण्ड अ में सभी प्रश्नों के उत्तर एक शब्द, एक वाक्य अथवा प्रश्न की आवश्यकता अनुसार दिए जा सकते हैं ।*

(iv) *पूर्ण प्रश्न पत्र में विकल्प नहीं हैं । फिर भी चार अंकों वाले 4 प्रश्नों में तथा छः अंकों वाले 2 प्रश्नों में आन्तरिक विकल्प है । ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प हल करना है ।*

(v) *कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति **नहीं** है ।*

General Instructions :

(i) ***All*** *questions are compulsory.*

(ii) *The question paper consist of **29** questions divided into three sections A, B and C. Section A comprises of **10** questions of **one mark** each, Section B comprises of 12 questions of **four marks** each and Section C comprises of 7 questions of **six marks** each.*

(iii) *All questions in Section A are to be answered in one word, one sentence or as per the exact requirement of the question.*

(iv) *There is no overall choice. However, internal choice has been provided in 4 questions of four marks each and 2 questions of six marks each. You have to attempt only one of the alternatives in all such questions.*

(v) *Use of calculators is **not** permitted.*

collegedunia
India's largest Student Review Platform

खण्ड अ

SECTION A

प्रश्न संख्या 1 से 10 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

Question numbers 1 to 10 carry 1 mark each.

1. $\left[\cos^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2} + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$ का मुख्य मान लिखिए ।

   Write the principal value of $\left[\cos^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2} + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$.

2. निम्नलिखित का मान लिखिए :

$$\tan^{-1}\left(\frac{a}{b}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{a-b}{a+b}\right)$$

   Write the value of the following :

$$\tan^{-1}\left(\frac{a}{b}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{a-b}{a+b}\right)$$

3. यदि A कोटि 3 का एक ऐसा वर्ग आव्यूह है कि $|\text{adj } A| = 64$ है, तो $|A|$ ज्ञात कीजिए ।

   If A is a square matrix of order 3 such that $|\text{adj } A| = 64$, find $|A|$.

4. यदि $\begin{vmatrix} 2x & x+3 \\ 2(x+1) & x+1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 3 \end{vmatrix}$ है, तो x का मान लिखिए ।

   If $\begin{vmatrix} 2x & x+3 \\ 2(x+1) & x+1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 3 \end{vmatrix}$, then write the value of x.

collegedunia.com India's largest Student Review Platform

collegedunia.com India's largest Student Review Platform

5. यदि $2\begin{bmatrix}1 & 3\\0 & x\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}y & 0\\1 & 2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}5 & 6\\1 & 8\end{bmatrix}$ है, तो $(x + y)$ का मान लिखिए ।

If $2\begin{bmatrix}1 & 3\\0 & x\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}y & 0\\1 & 2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}5 & 6\\1 & 8\end{bmatrix}$, then write the value of $(x + y)$.

6. एक विद्यालय के प्राथमिक वर्ग के x विद्यार्थियों के लिए निःशुल्क दोपहर का खाना देने का व्यय $C(x) = 0{\cdot}005x^3 - 0{\cdot}02x^2 + 30x + 50$ द्वारा प्रदत्त है । यदि सीमांत लागत (marginal cost) कुल व्यय के परिवर्तन की दर $\frac{dC}{dx}$ है, तो 300 विद्यार्थियों के लिए खाने की सीमांत लागत ज्ञात कीजिए । इस प्रश्न में किस मूल्य को दर्शाया गया है ?

The total cost C(x) associated with provision of free mid-day meals to x students of a school in primary classes is given by

$$C(x) = 0{\cdot}005x^3 - 0{\cdot}02x^2 + 30x + 50$$

If the marginal cost is given by rate of change $\frac{dC}{dx}$ of total cost, write the marginal cost of food for 300 students. What value is shown here ?

7. निम्न अवकल समीकरण की घात लिखिए :

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + 3y\,\frac{d^2y}{dx^2} = 0$$

Write the degree of the differential equation :

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + 3y\,\frac{d^2y}{dx^2} = 0$$

8. λ का मान लिखिए जिसके लिए सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ परस्पर लम्बवत् हैं ।

Write the value of λ so that the vectors $\vec{a} = 2\hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ are perpendicular to each other.

collegedunia.com
India's largest Student Review Platform

9. सदिश $7\hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k}$ का सदिश $2\hat{i} + 6\hat{j} + 3\hat{k}$ पर प्रक्षेप लिखिए ।

Write the projection of the vector $7\hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k}$ on the vector $2\hat{i} + 6\hat{j} + 3\hat{k}$.

10. रेखा $\frac{4-x}{2} = \frac{y}{6} = \frac{1-z}{3}$ के दिक् कोज्या ज्ञात कीजिए ।

Find the direction cosines of the line $\frac{4-x}{2} = \frac{y}{6} = \frac{1-z}{3}$.

खण्ड ब

SECTION B

प्रश्न संख्या 11 से 22 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है ।

Question numbers 11 to 22 carry 4 marks each.

collegedunia.com
India's largest Student Review Platform

11. माना $A = R - \{2\}$ तथा $B = R - \{1\}$ । यदि $f : A \to B$ एक ऐसा फलन है जो $f(x) = \frac{x-1}{x-2}$ द्वारा परिभाषित है, तो दर्शाइए कि f एकैकी तथा आच्छादक फलन है । अतः f^{-1} ज्ञात कीजिए ।

Let $A = R - \{2\}$ and $B = R - \{1\}$. If $f : A \to B$ is a function defined by $f(x) = \frac{x-1}{x-2}$, show that f is one-one and onto. Hence find f^{-1}.

12. सिद्ध कीजिए कि :

$$\sin^{-1}\frac{8}{17} + \sin^{-1}\frac{3}{5} = \tan^{-1}\frac{77}{36}$$

अथवा

x के लिए हल कीजिए :

$$\tan^{-1}3x + \tan^{-1}2x = \frac{\pi}{4}$$

collegedunia.com
India's largest Student Review Platform

Prove that :

$$\sin^{-1}\frac{8}{17} + \sin^{-1}\frac{3}{5} = \tan^{-1}\frac{77}{36}$$

OR

Solve for x :

$$\tan^{-1} 3x + \tan^{-1} 2x = \frac{\pi}{4}$$

13. सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^3 \\ 1 & b & b^3 \\ 1 & c & c^3 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)$$

Using properties of determinants, prove that

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^3 \\ 1 & b & b^3 \\ 1 & c & c^3 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)$$

14. यदि $x = 2\cos\theta - \cos 2\theta$ तथा $y = 2\sin\theta - \sin 2\theta$ है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{dy}{dx} = \tan\left(\frac{3\theta}{2}\right)$$

अथवा

यदि $y = (\sin x)^x + \sin^{-1}\sqrt{x}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

If $x = 2\cos\theta - \cos 2\theta$ and $y = 2\sin\theta - \sin 2\theta$, then prove that

$$\frac{dy}{dx} = \tan\left(\frac{3\theta}{2}\right)$$

OR

If $y = (\sin x)^x + \sin^{-1}\sqrt{x}$, then find $\frac{dy}{dx}$.

collegedunia India's largest Student Review Platform

15. यदि $y = x \log\left(\frac{x}{a+bx}\right)$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $x^3 \frac{d^2y}{dx^2} = \left(x\frac{dy}{dx} - y\right)^2$.

If $y = x \log\left(\frac{x}{a+bx}\right)$, then prove that $x^3 \frac{d^2y}{dx^2} = \left(x\frac{dy}{dx} - y\right)^2$.

16. यदि
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos 4x}{x^2}, & \text{जब } x < 0 \text{ है} \\ a, & \text{जब } x = 0 \text{ है} \\ \frac{\sqrt{x}}{\left(\sqrt{16+\sqrt{x}}\right)-4}, & \text{जब } x > 0 \text{ है} \end{cases}$$

तथा फलन f, x = 0 पर सतत है, तो a का मान ज्ञात कीजिए ।

If
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos 4x}{x^2}, & \text{when } x < 0 \\ a, & \text{when } x = 0 \\ \frac{\sqrt{x}}{\left(\sqrt{16+\sqrt{x}}\right)-4}, & \text{when } x > 0 \end{cases}$$

and f is continuous at $x = 0$, find the value of a.

17. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{(3 \sin x - 2) \cos x}{5 - \cos^2 x - 4 \sin x} \, dx$$

अथवा

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int e^{2x} \left(\frac{1 - \sin 2x}{1 - \cos 2x}\right) dx$$

collegedunia.com India's largest Student Review Platform

Evaluate :

$$\int \frac{(3 \sin x - 2) \cos x}{5 - \cos^2 x - 4 \sin x} dx$$

OR

Evaluate :

$$\int e^{2x} \left(\frac{1 - \sin 2x}{1 - \cos 2x}\right) dx$$

18. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{3x + 1}{(x + 1)^2 (x + 3)} dx$$

Evaluate :

$$\int \frac{3x + 1}{(x + 1)^2 (x + 3)} dx$$

19. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \log (1 + \tan x) dx$$

Evaluate :

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \log (1 + \tan x) dx$$

collegedunia.com India's largest Student Review Platform

20. यदि $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ एक ही परिमाण के तीन सदिश ऐसे हैं कि वह परस्पर लम्बवत् हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ सदिशों $\vec{a}$, $\vec{b}$ तथा $\vec{c}$ के साथ समान कोण बनाता है ।

If $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ are three mutually perpendicular vectors of the same magnitude, prove that $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ is equally inclined with the vectors $\vec{a}$, $\vec{b}$ and $\vec{c}$.

21. एक रेखा के कार्तीय समीकरण $6x - 2 = 3y + 1 = 2z - 2$ हैं । इस रेखा के दिक् कोज्या ज्ञात कीजिए । एक अन्य रेखा के कार्तीय तथा सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु $(2, -1, -1)$ से होकर जाती है तथा दी गई रेखा के समान्तर है ।

अथवा

दो रेखाओं $\vec{r} = (6\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}) + \lambda(\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k})$ तथा $\vec{r} = (-4\hat{i} - \hat{k}) + \mu(3\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k})$ के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए ।

The cartesian equations of a line are $6x - 2 = 3y + 1 = 2z - 2$. Find the direction cosines of the line. Write down the cartesian and vector equations of a line passing through $(2, -1, -1)$ which is parallel to the given line.

OR

Find the shortest distance between the two lines whose vector equations are $\vec{r} = (6\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}) + \lambda(\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k})$ and

$$\vec{r} = (-4\hat{i} - \hat{k}) + \mu(3\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}).$$

22. 30 ईमानदार व्यक्तियों के एक समूह में से 20 सदा सच बोलते हैं । समूह में से दो व्यक्ति यादृच्छया चुने गए । चुने गए व्यक्तियों में से जो सदा सच बोलते हैं उनकी संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए । बंटन का माध्य भी ज्ञात कीजिए । इस प्रश्न में किन मूल्यों का उल्लेख किया गया है ?

Out of a group of 30 honest people, 20 always speak the truth. Two persons are selected at random from the group. Find the probability distribution of the number of selected persons who speak the truth. Also find the mean of the distribution. What values are described in this question ?

collegedunia
India's largest Student Review Platform

खण्ड स

SECTION C

प्रश्न संख्या 23 से 29 तक प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है ।

Question numbers 23 to 29 carry 6 marks each.

23. दो संस्थाओं ने अपने कर्मचारियों को तीन मूल्यों, साधन प्रयोग दक्षता, क्षमता तथा दृढ़ निश्चयी होने के लिए क्रमशः ₹ x, ₹ y तथा ₹ z प्रति व्यक्ति की पुरस्कार राशि देने का निश्चय किया । पहली संस्था ने इन तीन मूल्यों के लिए क्रमशः 4, 3 तथा 2 कर्मचारियों को कुल ₹ 37,000 देने का निश्चय किया और दूसरी संस्था ने इन्हीं मूल्यों के लिए क्रमशः 5, 3 तथा 4 कर्मचारियों को कुल ₹ 47,000 की पुरस्कार राशि देने का निश्चय किया । यदि प्रति व्यक्ति तीनों पुरस्कारों का कुल मिला मूल्य ₹ 12,000 है, तो आव्यूह विधि के प्रयोग से x, y तथा z के मान ज्ञात कीजिए ।

इस प्रश्न में किन मूल्यों का वर्णन है ?

Two institutions decided to award their employees for the three values of resourcefulness, competence and determination in the form of prizes at the rate of ₹ x, ₹ y and ₹ z respectively per person. The first institution decided to award respectively 4, 3 and 2 employees with a total prize money of ₹ 37,000 and the second institution decided to award respectively 5, 3 and 4 employees with a total prize money of ₹ 47,000. If all the three prizes per person together amount to ₹ 12,000, then using matrix method find the value of x, y and z.

What values are described in this question ?

24. वक्र $y = 4x^3 - 2x^5$ पर वह सभी बिन्दु ज्ञात कीजिए जिन पर खींची गई स्पर्श रेखा मूल बिन्दु से होकर जाती है ।

अथवा

यदि एक समलंब के आधार के अतिरिक्त तीनों भुजाओं में प्रत्येक की लंबाई 10 सेमी है, तो समलंब का अधिकतम क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

For the curve $y = 4x^3 - 2x^5$, find all the points on the curve at which the tangent passes through the origin.

OR

If the length of three sides of a trapezium other than the base are each equal to 10 cm, then find the area of the trapezium when it is maximum.

collegedunia
India's largest Student Review Platform

25. वक्रों $y = x^2$ तथा $y = x$ द्वारा घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल समाकलन विधि द्वारा ज्ञात कीजिए ।

Using integration, find the area of the region bounded by the curves $y = x^2$ and $y = x$.

26. अवकल समीकरण $(3xy + y^2)\,dx + (x^2 + xy)\,dy = 0$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए जब $x = 1$ पर $y = 1$ है ।

Find the particular solution of the differential equation $(3xy + y^2)\,dx + (x^2 + xy)\,dy = 0$: for $x = 1, y = 1$.

27. दर्शाइए कि रेखाएँ $\vec{r} = (\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \lambda(3\hat{i} - \hat{j})$ तथा $\vec{r} = (4\hat{i} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} + 3\hat{k})$ समतलीय हैं । इस तल का समीकरण भी ज्ञात कीजिए जिसमें यह रेखाएँ अंतर्विष्ट (containing) करती हैं ।

अथवा

बिन्दु $(1, -2, 3)$ की समतल $x - y + z = 5$ से दूरी ज्ञात कीजिए जो रेखा $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+2}{-6}$ के समांतर मापी गई हो ।

Show that the lines $\vec{r} = (\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \lambda(3\hat{i} - \hat{j})$ and $\vec{r} = (4\hat{i} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} + 3\hat{k})$ are coplanar. Also find the equation of the plane containing them.

OR

Find the distance of the point $(1, -2, 3)$ from the plane $x - y + z = 5$ measured parallel to the line $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+2}{-6}$.

28. यदि एक युवक अपना स्कूटर 25 किमी/घंटे की गति से चलाता है, तो उसका पैट्रोल पर व्यय ₹ 2 प्रति किमी होता है । यदि वह स्कूटर की गति 40 किमी/घंटे करता है, तो उससे वायु प्रदूषण अधिक होता है तथा पैट्रोल का व्यय ₹ 5 प्रति किमी हो जाता है । उसके पास पैट्रोल के व्यय के लिए अधिकतम ₹ 100 हैं तथा समय 1 घंटा है जिसमें उसे अधिकतम दूरी तय करनी है तथा प्रदूषण कम रखना है । उपरोक्त को एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या बनाकर ग्राफ की सहायता से हल कीजिए । आप किस मूल्य को यहाँ देख पा रहे हैं ?

collegedunia
India's largest Student Review Platform

If a young man drives his scooter at a speed of 25 km/hour, he has to spend ₹ 2 per km on petrol. If he drives the scooter at a speed of 40 km/hour, it produces more air pollution and increases his expenditure on petrol to ₹ 5 per km. He has a maximum of ₹ 100 to spend on petrol and travel a maximum distance in one hour time with less pollution. Express this problem as an LPP and solve it graphically. What value do you find here ?

29. 400 व्यक्तियों के एक समूह में से 160 व्यक्ति धूम्रपान करते हैं तथा मांसाहारी हैं, 100 व्यक्ति धूम्रपान करते हैं पर शाकाहारी हैं तथा शेष धूम्रपान नहीं करते तथा शाकाहारी हैं । उनकी किसी विशेष छाती के रोग से ग्रस्त होने की प्रायिकताएँ क्रमशः 35%, 20% तथा 10% हैं । समूह में से एक व्यक्ति यादृच्छया चुना गया तथा रोग विशेष से ग्रस्त पाया गया । प्रायिकता क्या है कि चुना गया व्यक्ति धूम्रपान करता है तथा मांसाहारी है । इस प्रश्न में किस मूल्य का उल्लेख है ?

In a group of 400 people, 160 are smokers and non-vegetarian, 100 are smokers and vegetarian and the remaining are non-smokers and vegetarian. The probabilities of getting a special chest disease are 35%, 20% and 10% respectively. A person is chosen from the group at random and is found to be suffering from the disease. What is the probability that the selected person is a smoker and non-vegetarian ? What value is reflected in this question ?

collegedunia
India's largest Student Review Platform