

**MATHEMATICS**  
Category-I (Q. 1 to 50)

(Carry 1 mark each. Only one option is correct. Negative marks - ¼)

1. The values of a, b, c for which the function  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(a+1)x + \sin x}{x}, & x < 0 \\ c, & x = 0 \\ \frac{(x + bx^2)^{1/2} - x^{1/2}}{bx^{1/2}}, & x > 0 \end{cases}$

is continuous at  $x = 0$ , are

- (A)  $a = \frac{3}{2}, b = -\frac{3}{2}, c = \frac{1}{2}$
- (B)  $a = -\frac{3}{2}, c = \frac{3}{2}, b$  is arbitrary non-zero real number.
- (C)  $a = -\frac{5}{2}, b = -\frac{3}{2}, c = \frac{3}{2}$
- (D)  $a = -2, b \in \mathbb{R} - \{0\}, c = 0$

a, b, c -এর যেসব মানের জন্য অপেক্ষক  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(a+1)x + \sin x}{x}, & x < 0 \\ c, & x = 0 \\ \frac{(x + bx^2)^{1/2} - x^{1/2}}{bx^{1/2}}, & x > 0 \end{cases}$

$x = 0$  বিন্দুতে সম্মত হবে, সেগুলি হল

- (A)  $a = \frac{3}{2}, b = -\frac{3}{2}, c = \frac{1}{2}$
- (B)  $a = -\frac{3}{2}, c = \frac{3}{2}, b$  যদুচ্ছ অশূন্য বাস্তব সংখ্যা
- (C)  $a = -\frac{5}{2}, b = -\frac{3}{2}, c = \frac{3}{2}$
- (D)  $a = -2, b \in \mathbb{R} - \{0\}, c = 0$

Handwritten notes and calculations:

$f(x) = \frac{\sin(a+1)x + \sin x}{x}$

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(a+1)x + \sin x}{x}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(a+1)x + \sin x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(a+1)x}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \sin(a+1) + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \sin(a+1) + 1$



2. Domain of  $y = \sqrt{\log_{10} \frac{3x-x^2}{2}}$  is

$$y = \sqrt{\log_{10} \frac{3x-x^2}{2}}$$

অপেক্ষকের সংজ্ঞার অঞ্চল হবে

- (A)  $x < 1$  (B)  $2 < x$  (C)  $1 \leq x \leq 2$  (D)  $2 < x < 3$

3. Let  $f(x) = a_0 + a_1|x| + a_2|x|^2 + a_3|x|^3$ , where  $a_0, a_1, a_2, a_3$  are real constants. Then  $f(x)$  is differentiable at  $x = 0$

- (A) whatever be  $a_0, a_1, a_2, a_3$ .  
 (B) for no values of  $a_0, a_1, a_2, a_3$ .  
 (C) only if  $a_1 = 0$   
 (D) only if  $a_1 = 0, a_3 = 0$

মনে কর  $f(x) = a_0 + a_1|x| + a_2|x|^2 + a_3|x|^3$ , যেখানে  $a_0, a_1, a_2, a_3$  বাস্তব ধ্রুবক। তবে  $f(x)$  অপেক্ষকটি  $x = 0$  বিন্দুতে অন্তরকলনযোগ্য হবে

- (A)  $a_0, a_1, a_2, a_3$ -এর যে কোন মানের জন্য  
 (B)  $a_0, a_1, a_2, a_3$ -এর কোন মানের জন্যই নয়  
 (C) কেবলমাত্র যদি  $a_1 = 0$  হয়  
 (D) কেবলমাত্র যদি  $a_1 = 0, a_3 = 0$  হয়

4. If  $y = e^{\tan^{-1}x}$  then

যদি  $y = e^{\tan^{-1}x}$  হয়, তবে

- (A)  $(1+x^2)y_2 + (2x-1)y_1 = 0$  (B)  $(1+x^2)y_2 + 2xy = 0$   
 (C)  $(1-x^2)y_2 - y_1 = 0$  (D)  $(1+x^2)y_2 + 3xy_1 + 4y = 0$



5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \right)$  is

(A)  $\frac{1}{2}$

(B) 0

(C) 1

(D) does not exist / -এর অস্তিত্ব নেই

6. Let  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  be continuous in  $[a, b]$ , differentiable in  $(a, b)$  and  $f(a) = 0 = f(b)$ . Then

(A) there exists at least one point  $c \in (a, b)$  for which  $f'(c) = f(c)$

(B)  $f'(x) = f(x)$  does not hold at any point of  $(a, b)$

(C) at every point of  $(a, b)$ ,  $f'(x) > f(x)$

(D) at every point of  $(a, b)$ ,  $f'(x) < f(x)$

$f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $[a, b]$ -তে সন্তত,  $(a, b)$ -তে অন্তরকলনযোগ্য এবং  $f(a) = 0 = f(b)$ । সেক্ষেত্রে

(A) অন্তত একটি বিন্দু  $c \in (a, b)$  -এর অস্তিত্ব আছে যেক্ষেত্রে  $f'(c) = f(c)$

(B)  $(a, b)$ -এর কোন বিন্দুতেই  $f'(x) = f(x)$  হবে না

(C)  $(a, b)$ -এর প্রতিটি বিন্দুতে  $f'(x) > f(x)$  হবে

(D)  $(a, b)$ -এর প্রতিটি বিন্দুতে  $f'(x) < f(x)$  হবে





7.  $I = \int \cos(\ln x) dx$ . Then  $I =$

$I = \int \cos(\ln x) dx$ , সেক্ষেত্রে  $I =$

- (A)  $\frac{x}{2} \{\cos(\ln x) + \sin(\ln x)\} + c$  (B)  $x^2 \{\cos(\ln x) - \sin(\ln x)\} + c$   
 (C)  $x^2 \sin(\ln x) + c$  (D)  $x \cos(\ln x) + c$

(c denotes constant of integration) / (c সমাকলনের যদৃচ্ছ ধ্রুবক বুঝায়)

8. Let  $f$  be derivable in  $[0, 1]$ , then

(A) there exists  $c \in (0, 1)$  such that  $\int_0^c f(x) dx = (1 - c) f(c)$

(B) there does not exist any point  $d \in (0, 1)$  for which  $\int_0^d f(x) dx = (1 - d) f(d)$

(C)  $\int_0^c f(x) dx$  does not exist, for any  $c \in (0, 1)$

(D)  $\int_0^c f(x) dx$  is independent of  $c$ ,  $c \in (0, 1)$

মনে কর  $f$ ,  $[0, 1]$ -এ অন্তরকলনযোগ্য। সেক্ষেত্রে

(A)  $(0, 1)$ -এ এমন  $c$  বিন্দুর অস্তিত্ব আছে যে  $\int_0^c f(x) dx = (1 - c) f(c)$  হয়

(B) এমন কোন  $d \in (0, 1)$  -এর অস্তিত্ব নেই যার জন্য  $\int_0^d f(x) dx = (1 - d) f(d)$  হবে

(C)  $\int_0^c f(x) dx$  -এর অস্তিত্ব নেই যেখানে  $c \in (0, 1)$

(D)  $\int_0^c f(x) dx$ ,  $c$ -এর উপর নির্ভরশীল নয় যেখানে  $c \in (0, 1)$



9. Let  $\int \frac{x^{1/2}}{\sqrt{1-x^3}} dx = \frac{2}{3} g(f(x)) + c$ ; then

মনে কর  $\int \frac{x^{1/2}}{\sqrt{1-x^3}} dx = \frac{2}{3} g(f(x)) + c$ । সেক্ষেত্রে

(A)  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $g(x) = x^{3/2}$

(B)  $f(x) = x^{3/2}$ ,  $g(x) = \sin^{-1} x$

(C)  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $g(x) = \sin^{-1} x$

(D)  $f(x) = \sin^{-1} x$ ,  $g(x) = x^{3/2}$

(c denotes constant of integration) / (c সমাকলনের যদৃচ্ছ ধ্রুবক বুঝায়)

10. The value of  $\int_0^{\pi/2} \frac{(\cos x)^{\sin x}}{(\cos x)^{\sin x} + (\sin x)^{\cos x}} dx$  is

$\int_0^{\pi/2} \frac{(\cos x)^{\sin x}}{(\cos x)^{\sin x} + (\sin x)^{\cos x}} dx$  -এর মান হল

(A)  $\frac{\pi}{4}$

(B) 0

(C)  $\frac{\pi}{2}$

(D)  $\frac{1}{2}$

11. Let  $\lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \int_{\epsilon}^x \frac{bt \cos 4t - a \sin 4t}{t^2} dt = \frac{a \sin 4x}{x} - 1$ , ( $0 < x < \pi/4$ ). Then a and b are given by

মনে কর  $\lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \int_{\epsilon}^x \frac{bt \cos 4t - a \sin 4t}{t^2} dt = \frac{a \sin 4x}{x} - 1$ , ( $0 < x < \pi/4$ )। সেক্ষেত্রে a ও b-এর মান হল

(A)  $a=2, b=2$

(B)  $a=1/4, b=1$

(C)  $a=-1, b=4$

(D)  $a=2, b=4$



12. Let  $f(x) = \int_{\sin x}^{\cos x} e^{-t^2} dt$ . Then  $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$  equals

মনে কর  $f(x) = \int_{\sin x}^{\cos x} e^{-t^2} dt$ । তবে  $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$  -এর মান হবে

(A)  $\sqrt{1/e}$  (B)  $-\sqrt{2/e}$  (C)  $\sqrt{2/e}$  (D)  $-\sqrt{1/e}$

13. If  $x \frac{dy}{dx} + y = x \frac{f(xy)}{f'(xy)}$ , then  $|f(xy)|$  is equal to

যদি  $x \frac{dy}{dx} + y = x \frac{f(xy)}{f'(xy)}$ , হয়, তবে  $|f(xy)|$  হবে

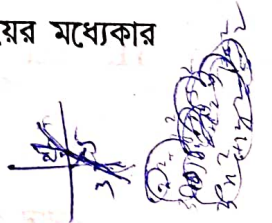
(A)  $Ce^{x^2/2}$  (B)  $Ce^{x^2}$  (C)  $Ce^{2x^2}$  (D)  $Ce^{x^2/3}$

where C is the constant of integration. / যেখানে C সমাকলন ধ্রুবক

14. A curve passes through the point (3, 2) for which the segment of the tangent line contained between the co-ordinate axes is bisected at the point of contact. The equation of the curve is

একটি বক্ররেখা (3, 2) বিন্দুগামী, বক্ররেখাটির একটি বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের অক্ষদ্বয়ের মধ্যকার ছেদিতাংশ ঐ স্পর্শবিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত হয়। বক্ররেখাটির সমীকরণ হবে

(A)  $y = x^2 - 7$  (B)  $x = \frac{y^2}{2} + 2$   
 (C)  $xy = 6$  (D)  $x^2 + y^2 - 5x + 7y + 11 = 0$





15. The solution of  $\cos y \frac{dy}{dx} = e^{x+\sin y} + x^2 e^{\sin y}$  is  $f(x) + e^{-\sin y} = C$  ( $C$  is arbitrary real constant) where  $f(x)$  is equal to

$\cos y \frac{dy}{dx} = e^{x+\sin y} + x^2 e^{\sin y}$ -এর সমাধান হল  $f(x) + e^{-\sin y} = C$  ( $C$  হল যদৃচ্ছ বাস্তব ধ্রুবক)।

সেক্ষেত্রে  $f(x)$  হবে

- (A)  $e^x + \frac{1}{2}x^3$  (B)  $e^{-x} + \frac{1}{3}x^3$  (C)  $e^{-x} + \frac{1}{2}x^3$  (D)  $e^x + \frac{1}{3}x^3$

16. The point of contact of the tangent to the parabola  $y^2 = 9x$  which passes through the point  $(4, 10)$  and makes an angle  $\theta$  with the positive side of the axis of the parabola where  $\tan \theta > 2$ , is

$y^2 = 9x$  অধিবৃত্তের উপরিস্থ একটি বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক  $(4, 10)$  বিন্দুগামী এবং অধিবৃত্তের অক্ষের ধনাত্মক দিকের সঙ্গে  $\theta$  কোণ উৎপন্ন করে ও  $\tan \theta > 2$  হয়। সেক্ষেত্রে স্পর্শবিন্দুটি হবে

- (A)  $\left(\frac{4}{9}, 2\right)$  (B)  $(4, 6)$  (C)  $(4, 5)$  (D)  $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{6}\right)$

17. Let  $f(x) = (x-2)^{17}(x+5)^{24}$ . Then

- (A)  $f$  does not have a critical point at  $x = 2$   
 (B)  $f$  has a minimum at  $x = 2$   
 (C)  $f$  has neither a maximum nor a minimum at  $x = 2$   
 (D)  $f$  has a maximum at  $x = 2$

মনে কর  $f(x) = (x-2)^{17}(x+5)^{24}$ । সেক্ষেত্রে

- (A)  $x = 2$  রেখার উপর  $f(x)$ -এর কোন সন্ধিবিন্দু নেই  
 (B)  $x = 2$  রেখায়  $f(x)$ -এর ক্ষুদ্রতম মান আছে  
 (C)  $x = 2$  রেখার উপর  $f(x)$ -এর সর্বনিম্ন বা সর্বোচ্চ বিন্দু কোনোটাই নেই  
 (D)  $x = 2$  রেখায়  $f(x)$ -এর সর্বোচ্চ বিন্দু আছে



18. If  $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ ,  $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$  and  $\vec{c}$  is unit vector perpendicular to  $\vec{a}$  and coplanar with  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$ , then unit vector  $\vec{d}$  perpendicular to both  $\vec{a}$  and  $\vec{c}$  is

দেওয়া আছে  $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ ,  $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ,  $\vec{c}$  একটি একক ভেক্টর  $\vec{a}$ -এর উপর লম্ব এবং  $\vec{a}$  ও  $\vec{b}$ -এর সঙ্গে একতলীয়। সেক্ষেত্রে  $\vec{a}$  ও  $\vec{c}$  উভয়ের উপর লম্ব ও একক ভেক্টর  $\vec{d}$  হবে

- (A)  $\pm \frac{1}{\sqrt{6}}(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$  (B)  $\pm \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{j} + \hat{k})$  (C)  $\pm \frac{1}{\sqrt{6}}(\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$  (D)  $\pm \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{j} - \hat{k})$

19. If the equation of one tangent to the circle with centre at  $(2, -1)$  from the origin is  $3x + y = 0$ , then the equation of the other tangent through the origin is

একটি বৃত্তের কেন্দ্র  $(2, -1)$  দেওয়া আছে। ঐ বৃত্তের মূলবিন্দু থেকে অঙ্কিত একটি স্পর্শকের সমীকরণ হল  $3x + y = 0$ । সেক্ষেত্রে মূলবিন্দু থেকে অঙ্কিত অপর স্পর্শকের সমীকরণ হবে

- (A)  $3x - y = 0$  (B)  $x + 3y = 0$  (C)  $x - 3y = 0$  (D)  $x + 2y = 0$

20. Area of the figure bounded by the parabola  $y^2 + 8x = 16$  and  $y^2 - 24x = 48$  is

- (A)  $\frac{11}{9}$  sq. unit (B)  $\frac{32}{3}\sqrt{6}$  sq. unit (C)  $\frac{16}{3}$  sq. unit (D)  $\frac{24}{5}$  sq. unit

অধিবৃত্তদ্বয়  $y^2 + 8x = 16$  ও  $y^2 - 24x = 48$  দ্বারা সীমাবদ্ধ অঞ্চলের ক্ষেত্রফল হল

- (A)  $\frac{11}{9}$  বর্গ একক (B)  $\frac{32}{3}\sqrt{6}$  বর্গ একক (C)  $\frac{16}{3}$  বর্গ একক (D)  $\frac{24}{5}$  বর্গ একক

21. A particle moving in a straight line starts from rest and the acceleration at any time  $t$  is  $a - kt^2$  where  $a$  and  $k$  are positive constants. The maximum velocity attained by the particle is

স্থিতাবস্থা থেকে যাত্রা শুরু করে সরলরেখায় গতিশীল কোনও কণার  $t$  সময়ে ত্বরণ  $a - kt^2$ ,  $a$  এবং  $k$  ধনাত্মক ধ্রুবক হলে, উহার সর্বোচ্চ গতিবেগ হবে

- (A)  $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{a^3}{k}}$  (B)  $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{a^3}{k}}$  (C)  $\sqrt{\frac{a^3}{k}}$  (D)  $2\sqrt{\frac{a^3}{k}}$





22. If  $a, b, c$  are in G. P. and  $\log a - \log 2b, \log 2b - \log 3c, \log 3c - \log a$  are in A. P., then  $a, b, c$  are the lengths of the sides of a triangle which is

- (A) acute angled (B) obtuse angled  
(C) right angled (D) equilateral

যদি  $a, b, c$  গুণোত্তর প্রগতিতে থাকে এবং  $\log a - \log 2b, \log 2b - \log 3c, \log 3c - \log a$  সমান্তর প্রগতিতে থাকে, তবে  $a, b$  ও  $c$  যে ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য হবে সে ত্রিভুজটি হবে

- (A) সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ (B) স্থূলকোণী ত্রিভুজ  
(C) সমকোণী ত্রিভুজ (D) সমবাহু ত্রিভুজ

23. Let  $a_n = (1^2 + 2^2 + \dots + n^2)^n$  and  $b_n = n^n (n!)$ . Then

- (A)  $a_n < b_n \forall n$   
(B)  $a_n > b_n \forall n$   
(C)  $a_n = b_n$  for infinitely many  $n$   
(D)  $a_n < b_n$  if  $n$  be even and  $a_n > b_n$  if  $n$  be odd

মনে কর  $a_n = (1^2 + 2^2 + \dots + n^2)^n$  ও  $b_n = n^n (n!)$ । তবে

- (A)  $a_n < b_n \forall n$   
(B)  $a_n > b_n \forall n$   
(C) অসীম সংখ্যক  $n$ -এর জন্য  $a_n = b_n$   
(D)  $n$  যুগ্ম সংখ্যা হলে  $a_n < b_n$  ও  $n$  অযুগ্ম সংখ্যা হলে  $a_n > b_n$  হবে



24. The number of zeros at the end of  $\lfloor 100 \rfloor$  is

$\lfloor 100 \rfloor$  -এর শেষে শূণ্যের সংখ্যা হবে

- (A) 21 (B) 22 (C) 23 (D) 24

25. If  $|z - 25i| \leq 15$ , then Maximum  $\arg(z)$  - Minimum  $\arg(z)$  is equal to

যদি  $|z - 25i| \leq 15$  হয়, তবে সর্বোচ্চ  $\arg(z)$  - সর্বনিম্ন  $\arg(z)$  হবে

- (A)  $2\cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$  (B)  $2\cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)$   
 (C)  $\frac{\pi}{2} + \cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$  (D)  $\sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) - \cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$

( $\arg z$  is the principal value of argument of  $z$ ) / ( $\arg z$ ,  $z$ -এর আরগুমেন্টের মুখ্যমান বুঝাবে)

26. If  $z = x - iy$  and  $z^{1/3} = p + iq$  ( $x, y, p, q \in \mathbb{R}$ ), then  $\frac{\left(\frac{x+y}{p} \cdot \frac{q}{q}\right)}{(p^2 + q^2)}$  is equal to

যদি  $z = x - iy$  এবং  $z^{1/3} = p + iq$  ( $x, y, p, q \in \mathbb{R}$ ) হয়, তবে  $\frac{\left(\frac{x+y}{p} \cdot \frac{q}{q}\right)}{(p^2 + q^2)}$ -এর মান হবে

- (A) 2 (B) -1 (C) 1 (D) -2

27. If  $a, b$  are odd integers, then the roots of the equation  $2ax^2 + (2a + b)x + b = 0$ ,  $a \neq 0$  are

- (A) rational (B) irrational (C) non-real (D) equal

যদি  $a, b$  অযুগ্ম পূর্ণসংখ্যা হয়, তবে  $2ax^2 + (2a + b)x + b = 0$ ,  $a \neq 0$  সমীকরণের বীজদ্বয়

- (A) মূলদ হবে (B) অমূলদ হবে (C) বাস্তব হবে না (D) সমান হবে



28. There are  $n$  white and  $n$  black balls marked  $1, 2, 3, \dots, n$ . The number of ways in which we can arrange these balls in a row so that neighbouring balls are of different colours is

$n$  সংখ্যক সাদা বল ও  $n$  সংখ্যক কালো বলকে  $1, 2, 3, \dots, n$  দ্বারা চিহ্নিত করা হল। বলগুলিকে একটি সারিতে সজ্জিত করা হল এই শর্তে যে পরপর দুটি বল ভিন্ন রং-এর হবে। এভাবে সজ্জিত করার সংখ্যা হবে

- (A)  $(n!)^2$  (B)  $(2n)!$  (C)  $2(n!)^2$  (D)  $\frac{(2n)!}{(n!)^2}$

29. Let  $f(n) = 2^{n+1}$ ,  $g(n) = 1 + (n+1)2^n$  for all  $n \in \mathbb{N}$ . Then

- (A)  $f(n) > g(n)$   
 (B)  $f(n) < g(n)$   
 (C)  $f(n)$  and  $g(n)$  are not comparable.  
 (D)  $f(n) > g(n)$  if  $n$  be even and  $f(n) < g(n)$  if  $n$  be odd.

মনে কর সকল  $n \in \mathbb{N}$ -এর জন্য  $f(n) = 2^{n+1}$ ,  $g(n) = 1 + (n+1)2^n$ । তবে

- (A)  $f(n) > g(n)$   
 (B)  $f(n) < g(n)$   
 (C)  $f(n)$  ও  $g(n)$  -এর মধ্যে কোন তুলনা করা যায় না।  
 (D) যদি  $n$  যুগ্ম হয় তবে  $f(n) > g(n)$  ও যদি  $n$  অযুগ্ম হয় তবে  $f(n) < g(n)$  হবে।

30.  $A$  is a set containing  $n$  elements.  $P$  and  $Q$  are two subsets of  $A$ . Then the number of ways of choosing  $P$  and  $Q$  so that  $P \cap Q = \emptyset$  is

$A$ ,  $n$  সদস্য বিশিষ্ট একটি সেট।  $P$  ও  $Q$ ,  $A$ -এর দুটি উপসেট।  $P \cap Q = \emptyset$ ,  $P$  ও  $Q$  দুটি উপসেট যত রকমে গঠন করা যায় তার সংখ্যা হবে

- (A)  $2^{2n-2n} C_n$  (B)  $2^n$  (C)  $3^n - 1$  (D)  $3^n$





31. Under which of the following condition(s) does(do) the system of equations

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & (a-4) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ a \end{pmatrix} \text{ possesses(posses) unique solution ?}$$

- (A)  $\forall a \in \mathbb{R}$  (B)  $a = 8$   
 (C) for all integral values of  $a$  (D)  $a \neq 8$

নিম্নলিখিত কোন্ শর্তাবলীর অধীনে  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & (a-4) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ a \end{pmatrix}$  সমীকরণগুচ্ছের অনন্য সমাধান

থাকবে ?

- (A)  $\forall a \in \mathbb{R}$  (B)  $a = 8$   
 (C)  $a$ -এর সকল পূর্ণসংখ্যা মানের জন্য (D)  $a \neq 8$

32. If  $\Delta(x) = \begin{vmatrix} x-2 & (x-1)^2 & x^3 \\ x-1 & x^2 & (x+1)^3 \\ x & (x+1)^2 & (x+2)^3 \end{vmatrix}$ , then coefficient of  $x$  in  $\Delta(x)$  is

যদি  $\Delta(x) = \begin{vmatrix} x-2 & (x-1)^2 & x^3 \\ x-1 & x^2 & (x+1)^3 \\ x & (x+1)^2 & (x+2)^3 \end{vmatrix}$  হয়, তবে  $\Delta(x)$ -এ  $x$  পদের সহগ হবে

- (A) 2 (B) -2 (C) 3 (D) -4



33. If  $p = \begin{bmatrix} 1 & \alpha & 3 \\ 1 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 4 \end{bmatrix}$  is the adjoint of the  $3 \times 3$  matrix  $A$  and  $\det A = 4$ , then  $\alpha$  is equal to

যদি  $p = \begin{bmatrix} 1 & \alpha & 3 \\ 1 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 4 \end{bmatrix}$ ,  $3 \times 3$  ম্যাট্রিক্স  $A$ -এর adjoint ম্যাট্রিক্স হয় এবং  $\det A = 4$  হয় তবে  $\alpha$ -এর মান

হবে

- (A) 4 (B) 11 (C) 5 (D) 0

34. If  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & i \end{pmatrix}$  and  $A^{2018} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ , then  $(a + d)$  equals

যদি  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & i \end{pmatrix}$  ও  $A^{2018} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  হয়, তবে  $(a + d)$ -এর মান হবে

- (A)  $1+i$  (B) 0 (C) 2 (D) 2018

35. Let  $S, T, U$  be three non-void sets and  $f : S \rightarrow T, g : T \rightarrow U$  and composed mapping  $g \cdot f : S \rightarrow U$  be defined. Let  $g \cdot f$  be injective mapping. Then

- (A)  $f, g$  both are injective. (B) neither  $f$  nor  $g$  is injective.  
(C)  $f$  is obviously injective. (D)  $g$  is obviously injective.

মনে কর  $S, T, U$  তিনটি অশূন্য সেট এবং  $f : S \rightarrow T, g : T \rightarrow U$  ও সংযোজক চিত্রণ  $g \cdot f : S \rightarrow U$  সংজ্ঞাত করা যায়। যদি  $g \cdot f$  একৈক চিত্রণ হয়, তবে

- (A)  $f, g$  উভয়েই একৈক হবে (B)  $f$  ও  $g$  কেউই একৈক চিত্রণ নয়  
(C)  $f$  অবশ্যই একৈক হবে (D)  $g$  অবশ্যই একৈক হবে





36. For the mapping  $f : \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{2\}$ , given by  $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ , which of the following is correct ?

- (A)  $f$  is one-one but not onto (B)  $f$  is onto but not one-one  
(C)  $f$  is neither one-one nor onto (D)  $f$  is both one-one and onto

$f : \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{2\}$  চিত্রণটি এভাবে সংজ্ঞাত আছে যে  $f(x) = \frac{2x}{x-1}$  হবে। তবে

- (A)  $f$  একৈক কিন্তু উপরিচিত্রণ নয় (B)  $f$  উপরিচিত্রণ কিন্তু একৈক নয়  
(C)  $f$  একৈক-ও নয়, উপরিচিত্রণ-ও নয় (D)  $f$  একৈক ও উপরিচিত্রণ উভয়ই হবে

37. A, B, C are mutually exclusive events such that  $P(A) = \frac{3x+1}{3}$ ,  $P(B) = \frac{1-x}{4}$  and  $P(C) = \frac{1-2x}{2}$ . Then the set of possible values of  $x$  are in

A, B ও C এমন তিনটি পরস্পর বিচ্ছিন্ন ঘটনা যে  $P(A) = \frac{3x+1}{3}$ ,  $P(B) = \frac{1-x}{4}$  এবং

$P(C) = \frac{1-2x}{2}$  হয়। সেক্ষেত্রে  $x$ -এর সম্ভাব্য মানের সেট হবে

- (A)  $[0, 1]$  (B)  $\left[\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right]$  (C)  $\left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right]$  (D)  $\left[\frac{1}{3}, \frac{13}{3}\right]$

38. A determinant is chosen at random from the set of all determinants of order 2 with elements 0 or 1 only. The probability that the determinant chosen is non-zero is

দ্বিতীয় ক্রমের সকল নির্ণায়ক থেকে এমন একটি নির্ণায়ক নেওয়া হল যার প্রতিটি উপাদান কেবল মাত্র 0 অথবা 1। নির্ণায়কটির মান অশূন্য হওয়ার সম্ভাবনা হবে

- (A)  $\frac{3}{16}$  (B)  $\frac{3}{8}$  (C)  $\frac{1}{4}$  (D)  $\frac{5}{8}$





39. If  $(\cot \alpha_1) (\cot \alpha_2) \dots (\cot \alpha_n) = 1$ ,  $0 < \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n < \pi/2$ , then the maximum value of  $(\cos \alpha_1) (\cos \alpha_2) \dots (\cos \alpha_n)$  is given by

$(\cot \alpha_1) (\cot \alpha_2) \dots (\cot \alpha_n) = 1$ ,  $0 < \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n < \pi/2$  হলে

$(\cos \alpha_1) (\cos \alpha_2) \dots (\cos \alpha_n)$ -এর সর্বোচ্চ মান হবে

- (A)  $\frac{1}{2^{n/2}}$       (B)  $\frac{1}{2^n}$       (C)  $\frac{1}{2n}$       (D) 1

40. If the algebraic sum of the distances from the points  $(2, 0)$ ,  $(0, 2)$  and  $(1, 1)$  to a variable straight line be zero, then the line passes through the fixed point

একটি চলমান সরলরেখা থেকে তিনটি বিন্দু  $(2, 0)$ ,  $(0, 2)$  ও  $(1, 1)$ -এর দূরত্বের বীজগণিতীয় সমষ্টি যদি শূন্য হয়, তবে ঐ সরলরেখাটি যে নির্দিষ্ট বিন্দুগামী হবে সেটি হল

- (A)  $(-1, 1)$       (B)  $(1, -1)$       (C)  $(-1, -1)$       (D)  $(1, 1)$

41. The side AB of  $\Delta ABC$  is fixed and is of length  $2a$  unit. The vertex moves in the plane such that the vertical angle is always constant and is  $\alpha$ . Let x-axis be along AB and the origin be at A. Then the locus of the vertex is

$\Delta ABC$  ত্রিভুজের AB বাহু অনড় ও  $2a$  একক দৈর্ঘ্য সম্পন্ন। শীর্ষ কৌণিক বিন্দুটি ঐ তলে একরূপভাবে চলমান যে শীর্ষকোণটি সর্বদাই ধ্রুবক  $\alpha$  হবে। মনে কর ভূমি রেখা AB বরাবর x-অক্ষ রয়েছে ও মূলবিন্দুটি A-তে রয়েছে। সেক্ষেত্রে শীর্ষবিন্দুর সঞ্চারপথ হবে

(A)  $x^2 + y^2 + 2ax \sin \alpha + a^2 \cos \alpha = 0$

(B)  $x^2 + y^2 - 2ax - 2ay \cot \alpha = 0$

(C)  $x^2 + y^2 - 2ax \cos \alpha - a^2 = 0$

(D)  $x^2 + y^2 - ax \sin \alpha - ay \cos \alpha = 0$





42. If the sum of the distances of a point from two perpendicular lines in a plane is 1 unit, then its locus is

- (A) a square (B) a circle  
(C) a straight line (D) two intersecting lines

একটি তলে দুটি পরস্পর লম্ব রেখা থেকে ঐ তলের একটি বিন্দুর লম্বদূরত্বদ্বয়ের সমষ্টি হল 1 একক।  
সেক্ষেত্রে ঐ বিন্দুর সম্ভারপথ হবে

- (A) একটি বর্গক্ষেত্র (B) একটি বৃত্ত  
(C) একটি সরলরেখা (D) দুটি পরস্পরছেদী সরলরেখা

43. A line passes through the point  $(-1, 1)$  and makes an angle  $\sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$  in the positive direction of  $x$ -axis. If this line meets the curve  $x^2 = 4y - 9$  at A and B, then  $|AB|$  is equal to

- (A)  $\frac{4}{5}$  unit (B)  $\frac{5}{4}$  unit (C)  $\frac{3}{5}$  unit (D)  $\frac{5}{3}$  unit

একটি সরলরেখা  $(-1, 1)$  বিন্দুগামী এবং  $x$ -অক্ষের ধনাত্মক দিকের সঙ্গে  $\sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$  কোণ উৎপন্ন করে।

যদি ঐ সরলরেখাটি বক্ররেখা  $x^2 = 4y - 9$ -কে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে, তবে  $|AB|$  হবে

- (A)  $\frac{4}{5}$  একক (B)  $\frac{5}{4}$  একক (C)  $\frac{3}{5}$  একক (D)  $\frac{5}{3}$  একক

44. Two circles  $S_1 = px^2 + py^2 + 2g'x + 2f'y + d = 0$  and  $S_2 = x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + d' = 0$  have a common chord PQ. The equation of PQ is

দুটি বৃত্ত  $S_1 = px^2 + py^2 + 2g'x + 2f'y + d = 0$  ও  $S_2 = x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + d' = 0$  -এর একটি

সাধারণ জ্যা PQ আছে। তবে PQ-এর সমীকরণ হবে

- (A)  $S_1 - S_2 = 0$  (B)  $S_1 + S_2 = 0$  (C)  $S_1 - pS_2 = 0$  (D)  $S_1 + pS_2 = 0$



45. Let  $P(3 \sec \theta, 2 \tan \theta)$  and  $Q(3 \sec \phi, 2 \tan \phi)$  be two points on  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$  such that  $\theta + \phi = \frac{\pi}{2}$ ,  $0 < \theta, \phi < \frac{\pi}{2}$ . Then the ordinate of the point of intersection of the normals at P and Q is

মনে কর  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ -এর উপরিস্থ দুটি বিন্দু  $P(3 \sec \theta, 2 \tan \theta)$  ও  $Q(3 \sec \phi, 2 \tan \phi)$

$\theta + \phi = \frac{\pi}{2}$ ,  $0 < \theta, \phi < \frac{\pi}{2}$ । সেক্ষেত্রে P ও Q বিন্দুতে অঙ্কিত অভিলম্বদ্বয়ের ছেদবিন্দুর কোটি হবে

- (A)  $\frac{13}{2}$  (B)  $-\frac{13}{2}$  (C)  $\frac{5}{2}$  (D)  $-\frac{5}{2}$

46. Let P be a point on  $(2, 0)$  and Q be a variable point on  $(y - 6)^2 = 2(x - 4)$ . Then the locus of mid-point of PQ is

মনে কর P বিন্দুটির অবস্থান  $(2, 0)$  এবং চলমান Q বিন্দুটি  $(y - 6)^2 = 2(x - 4)$ -এর উপরিস্থ। সেক্ষেত্রে PQ-এর মধ্যবিন্দুর সম্ভারপথ হবে

$(y-6)^2 = 2x-4$   
P:  $2, 0$

- (A)  $y^2 + x + 6y + 12 = 0$  (B)  $y^2 - x + 6y + 12 = 0$   
(C)  $y^2 + x - 6y + 12 = 0$  (D)  $y^2 - x - 6y + 12 = 0$

47. AB is a chord of a parabola  $y^2 = 4ax$ , ( $a > 0$ ) with vertex A. BC is drawn perpendicular to AB meeting the axis at C. The projection of BC on the axis of the parabola is

- (A) a unit (B) 2a unit (C) 8a unit (D) 4a unit

অধিবৃত্ত  $y^2 = 4ax$ , ( $a > 0$ )-এর AB একটি জ্যা, অধিবৃত্তের শীর্ষবিন্দু হল A। BC রেখাটি AB-এর উপর লম্ব এবং অক্ষকে C বিন্দুতে ছেদ করে। অধিবৃত্তের অক্ষের উপর BC-এর প্রক্ষেপ হল

- (A) a একক (B) 2a একক (C) 8a একক (D) 4a একক





48. AB is a variable chord of the ellipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ . If AB subtends a right angle at the

origin O, then  $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2}$  equals to

উপবৃত্ত  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ -এর AB একটি চলমান জ্যা। যদি AB সরলরেখা O-মূলবিন্দুতে সমকোণ উৎপন্ন

করে, তবে  $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2}$  হবে

- (A)  $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$  (B)  $\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}$  (C)  $a^2 + b^2$  (D)  $a^2 - b^2$

49. The equation of the plane through the intersection of the planes  $x + y + z = 1$  and  $2x + 3y - z + 4 = 0$  and parallel to the x-axis is

তলদ্বয়  $x + y + z = 1$  ও  $2x + 3y - z + 4 = 0$ -এর ছেদসরলরেখার ধারক ও x-অক্ষের সমান্তরাল তলের সমীকরণ হবে

- (A)  $y + 3z + 6 = 0$  (B)  $y + 3z - 6 = 0$  (C)  $y - 3z + 6 = 0$  (D)  $y - 3z - 6 = 0$

50. The line  $x - 2y + 4z + 4 = 0$ ,  $x + y + z - 8 = 0$  intersect the plane  $x - y + 2z + 1 = 0$  at the point

$x - 2y + 4z + 4 = 0$  ও  $x + y + z - 8 = 0$  তলদ্বয়ের ছেদসরলরেখাটি  $x - y + 2z + 1 = 0$  তলকে যে বিন্দুতে ছেদ করে, সেই বিন্দুটি হবে

- (A)  $(-2, 5, 1)$  (B)  $(2, -5, 1)$  (C)  $(2, 5, -1)$  (D)  $(2, 5, 1)$



## Category-II (Q51 to 65)

(Carry 2 marks each. Only one option is correct. Negative marks: ½)

51. If I is the greatest of

$$I_1 = \int_0^1 e^{-x} \cos^2 x \, dx, I_2 = \int_0^1 e^{-x^2} \cos^2 x \, dx, I_3 = \int_0^1 e^{-x^2} \, dx, I_4 = \int_0^1 e^{-x^2/2} \, dx, \text{ then}$$

$$I_1 = \int_0^1 e^{-x} \cos^2 x \, dx, I_2 = \int_0^1 e^{-x^2} \cos^2 x \, dx, I_3 = \int_0^1 e^{-x^2} \, dx, I_4 = \int_0^1 e^{-x^2/2} \, dx \text{ দেওয়া আছে।}$$

এদের মধ্যে বৃহত্তম I হলে

- (A)  $I = I_1$                       (B)  $I = I_2$                       (C)  $I = I_3$                       (D)  $I = I_4$

52.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2+1}{x+1} - ax - b \right), (a, b \in \mathbb{R}) = 0$ . Then

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2+1}{x+1} - ax - b \right), (a, b \in \mathbb{R}) - \text{এর মান } 0 \text{ দেওয়া আছে। সেক্ষেত্রে}$$

- (A)  $a = 0, b = 1$                       (B)  $a = 1, b = -1$                       (C)  $a = -1, b = 1$                       (D)  $a = 0, b = 0$

53. If the transformation  $z = \log \tan \frac{x}{2}$  reduces the differential equation

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \cot x \frac{dy}{dx} + 4y \operatorname{cosec}^2 x = 0 \text{ into the form } \frac{d^2y}{dz^2} + ky = 0 \text{ then } k \text{ is equal to}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \cot x \frac{dy}{dx} + 4y \operatorname{cosec}^2 x = 0 \text{ অবকল সমীকরণটির স্বাধীন চলরাশি } x, z = \log \tan \frac{x}{2} \text{ -এর দ্বারা}$$

z-এ রূপান্তরিত হলে সমীকরণটি হয়  $\frac{d^2y}{dz^2} + ky = 0$ । সেক্ষেত্রে k-এর মান হবে

- (A)  $-4$                       (B)  $4$                       (C)  $2$                       (D)  $-2$



54. From the point  $(-1, -6)$ , two tangents are drawn to  $y^2 = 4x$ . Then the angle between the two tangents is

$(-1, -6)$  বিন্দু থেকে  $y^2 = 4x$  বক্ররেখায় দুটি স্পর্শক টানা হল। স্পর্শকদ্বয়ের মধ্যকার কোণ হবে

- (A)  $\pi/3$  (B)  $\pi/4$  (C)  $\pi/6$  (D)  $\pi/2$

55. If  $\vec{\alpha}$  is a unit vector,  $\vec{\beta} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ ,  $\vec{\gamma} = \hat{i} + \hat{k}$ , then the maximum value of  $[\vec{\alpha} \vec{\beta} \vec{\gamma}]$  is

যদি  $\vec{\alpha}$  একটি একক ভেক্টর এবং  $\vec{\beta} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ ,  $\vec{\gamma} = \hat{i} + \hat{k}$  হয়, তবে  $[\vec{\alpha} \vec{\beta} \vec{\gamma}]$ -এর সর্বোচ্চ মান হবে

- (A) 3 (B)  $\sqrt{3}$  (C) 2 (D)  $\sqrt{6}$

56. The maximum value of  $f(x) = e^{\sin x} + e^{\cos x}$ ;  $x \in \mathbb{R}$  is

$f(x) = e^{\sin x} + e^{\cos x}$ ;  $x \in \mathbb{R}$  -এর সর্বোচ্চ মান হবে

- (A)  $2e$  (B)  $2\sqrt{e}$  (C)  $2e^{1/\sqrt{2}}$  (D)  $2e^{-1/\sqrt{2}}$

57. A straight line meets the co-ordinate axes at A and B. A circle is circumscribed about the triangle OAB, O being the origin. If m and n are the distances of the tangent to the circle at the origin from the points A and B respectively, the diameter of the circle is

একটি সরলরেখা অক্ষদ্বয়কে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে। ত্রিভুজ OAB-এর পরিবৃত্ত অঙ্কিত হল। বৃত্তের O বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের A ও B থেকে দূরত্ব যথাক্রমে m ও n হলে ঐ বৃত্তের ব্যাসার্ধ হবে

- (A)  $m(m+n)$  (B)  $m+n$  (C)  $n(m+n)$  (D)  $\frac{1}{2}(m+n)$

58. Let the tangent and normal at any point  $P(at^2, 2at)$ , ( $a > 0$ ), on the parabola  $y^2 = 4ax$  meet the axis of the parabola at T and G respectively. Then the radius of the circle through P, T and G is

অধিবৃত্ত  $y^2 = 4ax$ -এর উপরিস্থ যেকোন বিন্দু  $P(at^2, 2at)$ , ( $a > 0$ )-তে অঙ্কিত স্পর্শক ও অভিলম্ব অধিবৃত্তের অক্ষকে যথাক্রমে T ও G বিন্দুতে ছেদ করে। P, T ও G বিন্দুগামী বৃত্তের ব্যাসার্ধ হল

- (A)  $a(1+t^2)$  (B)  $(1+t^2)$  (C)  $a(1-t^2)$  (D)  $(1-t^2)$





59. The value of  $a$  for which the sum of the squares of the roots of the equation  $x^2 - (a - 2)x - a - 1 = 0$  assumes the least value is

$x^2 - (a - 2)x - a - 1 = 0$  সমীকরণের বীজদ্বয়ের বর্গের সমষ্টির মান ন্যূনতম করতে হলে  $a$ -এর মান হবে

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

60. If  $x$  satisfies the inequality  $\log_{25} x^2 + (\log_5 x)^2 < 2$ , then  $x$  belongs to

$\log_{25} x^2 + (\log_5 x)^2 < 2$  অসমীকরণটিকে সিদ্ধ করে এমন শর্তে  $x$  আছে ( $\in$ )

- (A)  $\left(\frac{1}{5}, 5\right)$  (B)  $\left(\frac{1}{25}, 5\right)$

- (C)  $\left(\frac{1}{5}, 25\right)$  (D)  $\left(\frac{1}{25}, 25\right)$

61. The solution of  $\det(A - \lambda I_2) = 0$  be 4 and 8 and  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ x & y \end{pmatrix}$ . Then

সমীকরণ  $\det(A - \lambda I_2) = 0$  -এর সমাধান হল 4 ও 8 এবং  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ x & y \end{pmatrix}$ । তবে

- (A)  $x = 4, y = 10$  (B)  $x = 5, y = 8$   
(C)  $x = 3, y = 9$  (D)  $x = -4, y = 10$

( $I_2$  is identity matrix of order 2) / ( $I_2$  হল 2 মাত্রার একসম ম্যাট্রিক্স)



62. If  $P_1P_2$  and  $P_3P_4$  are two focal chords of the parabola  $y^2 = 4ax$  then the chords  $P_1P_3$  and  $P_2P_4$  intersect on the

- (A) directrix of the parabola (B) axis of the parabola  
(C) latus-rectum of the parabola (D) y-axis

অধিবৃত্ত  $y^2 = 4ax$ -এর দুটি নাভিগামী জ্যা হল  $P_1P_2$  ও  $P_3P_4$ । সেক্ষেত্রে জ্যাদ্বয়  $P_1P_3$  ও  $P_2P_4$  পরস্পরকে ছেদ করবে

- (A) অধিবৃত্তের নিয়ামকের উপর (B) অধিবৃত্তের অক্ষের উপর  
(C) অধিবৃত্তের নাভিলম্বের উপর (D) y-অক্ষের উপর

63.  $f: X \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $X = \{x \mid 0 < x < 1\}$  is defined as  $f(x) = \frac{2x-1}{1-|2x-1|}$ . Then

- (A)  $f$  is only injective. (B)  $f$  is only surjective  
(C)  $f$  is bijective (D)  $f$  is neither injective nor surjective

$f: X \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $X = \{x \mid 0 < x < 1\}$  এভাবে সংজ্ঞাত আছে যে  $f(x) = \frac{2x-1}{1-|2x-1|}$ । সেক্ষেত্রে

- (A)  $f$  কেবলমাত্র একৈক হবে (B)  $f$  কেবলমাত্র উপরিচিত্রণ হবে  
(C)  $f$  একৈক, উপরিচিত্রণ হবে (D)  $f$  একৈক-ও নয়, উপরিচিত্রণ-ও নয়



64. Let  $f$  be a non-negative function defined in  $[0, \pi/2]$ ,  $f'$  exists and be continuous for all  $x$

and  $\int_0^x \sqrt{1-(f'(t))^2} dt = \int_0^x f(t) dt$  and  $f(0) = 0$ . Then

$[0, \pi/2]$ -তে অ-ঋণাত্মক অপেক্ষক  $f$  এভাবে সংজ্ঞাত আছে যে  $f'$  -এর অস্তিত্ব আছে ও সকল  $x$ -এর

জন্য সন্তত এবং  $\int_0^x \sqrt{1-(f'(t))^2} dt = \int_0^x f(t) dt$  এবং  $f(0) = 0$ । সেক্ষেত্রে

(A)  $f\left(\frac{1}{2}\right) < \frac{1}{2}$  and  $f\left(\frac{1}{3}\right) > \frac{1}{3}$

(B)  $f\left(\frac{1}{2}\right) > \frac{1}{2}$  and  $f\left(\frac{1}{3}\right) < \frac{1}{3}$

(C)  $f\left(\frac{4}{3}\right) < \frac{4}{3}$  and  $f\left(\frac{2}{3}\right) < \frac{2}{3}$

(D)  $f\left(\frac{4}{3}\right) > \frac{4}{3}$  and  $f\left(\frac{2}{3}\right) > \frac{2}{3}$

65. PQ is a double ordinate of the hyperbola  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  such that  $\Delta OPQ$  is an equilateral triangle, O being the centre of the hyperbola. Then the eccentricity  $e$  of the hyperbola satisfies

পরাবৃত্ত  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ -এর একটি দ্বিকোটি হল PQ এবং  $\Delta OPQ$  একটি সমবাহু ত্রিভুজ (O হল ঐ

পরাবৃত্তের কেন্দ্র)। সেক্ষেত্রে পরাবৃত্তের উৎকেন্দ্রতা যে সম্পর্ককে সিদ্ধ করে সেটি হল

(A)  $1 < e < \frac{2}{\sqrt{3}}$

(B)  $e = \frac{2}{\sqrt{3}}$

(C)  $e = 2\sqrt{3}$

(D)  $e > \frac{2}{\sqrt{3}}$





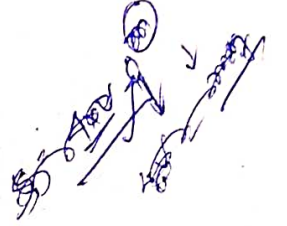
## Category-III (Q. 66 to 75)

(Carry 2 marks each. One or more options are correct. No negative marks)

66. From a balloon rising vertically with uniform velocity  $v$  ft/sec a piece of stone is let go. The height of the balloon above the ground when the stone reaches the ground after 4 sec is  $[g = 32 \text{ ft/sec}^2]$

$v$  ft/sec সমবেগে উল্লম্বভাবে উর্দ্ধমুখী একটি বেলুন থেকে একটি প্রস্তরখণ্ড ফেলে দেওয়া হল। 4 sec পরে যখন প্রস্তরখণ্ডটি ভূমি স্পর্শ করে তখন বেলুনের উচ্চতা হবে  $[g = 32 \text{ ft/sec}^2]$

- (A) 220 ft (B) 240 ft  
(C) 256 ft (D) 260 ft



67. Let  $f(x) = x^2 + x \sin x - \cos x$ . Then
- (A)  $f(x) = 0$  has at least one real root  
(B)  $f(x) = 0$  has no real root  
(C)  $f(x) = 0$  has at least one positive root  
(D)  $f(x) = 0$  has at least one negative root

মনে কর  $f(x) = x^2 + x \sin x - \cos x$ । সেক্ষেত্রে

- (A)  $f(x) = 0$ -এর কমপক্ষে একটি বাস্তব বীজ থাকবে  
(B)  $f(x) = 0$ -এর কোন বাস্তব বীজ নেই  
(C)  $f(x) = 0$ -এর কমপক্ষে একটি ধনাত্মক বীজ থাকবে  
(D)  $f(x) = 0$ -এর কমপক্ষে একটি ঋণাত্মক বীজ থাকবে



68. Let  $z_1$  and  $z_2$  be two non-zero complex numbers. Then

(A) Principal value of  $\arg(z_1 z_2)$  may not be equal to Principal value of  $\arg z_1$  + Principal value of  $\arg z_2$

(B) Principal value of  $\arg(z_1 z_2) =$  Principal value of  $\arg z_1$  + Principal value of  $\arg z_2$

(C) Principal value of  $\arg(z_1/z_2) =$  Principal value of  $\arg z_1 -$  Principal value of  $\arg z_2$

(D) Principal value of  $\arg(z_1/z_2)$  may not be  $\arg z_1 - \arg z_2$

মনে কর  $z_1$  ও  $z_2$  দুটি অশূন্য জটিল রাশি। সেক্ষেত্রে

(A) মুখ্যমান  $\arg(z_1 z_2)$ ,  $\arg z_1 + \arg z_2$  এর সমান না-ও হতে পারে

(B) মুখ্যমান  $\arg(z_1 z_2) =$  মুখ্যমান  $\arg z_1 +$  মুখ্যমান  $\arg z_2$

(C) মুখ্যমান  $\arg(z_1/z_2) =$  মুখ্যমান  $\arg z_1 -$  মুখ্যমান  $\arg z_2$

(D) মুখ্যমান  $\arg(z_1/z_2)$ ,  $\arg z_1 - \arg z_2 -$  এর সমান না-ও হতে পারে

69. Let  $\Delta = \begin{vmatrix} \sin \theta \cos \phi & \sin \theta \sin \phi & \cos \theta \\ \cos \theta \cos \phi & \cos \theta \sin \phi & -\sin \theta \\ -\sin \theta \sin \phi & \sin \theta \cos \phi & 0 \end{vmatrix}$ . Then

(A)  $\Delta$  is independent of  $\theta$

(B)  $\Delta$  is independent of  $\phi$

(C)  $\Delta$  is a constant

(D)  $\left(\frac{d\Delta}{d\theta}\right)_{\theta=\pi/2} = 0$

মনে কর  $\Delta = \begin{vmatrix} \sin \theta \cos \phi & \sin \theta \sin \phi & \cos \theta \\ \cos \theta \cos \phi & \cos \theta \sin \phi & -\sin \theta \\ -\sin \theta \sin \phi & \sin \theta \cos \phi & 0 \end{vmatrix}$ , সেক্ষেত্রে

(A)  $\Delta$ ,  $\theta$ -এর উপর নির্ভরশীল নয়

(B)  $\Delta$ ,  $\phi$ -এর উপর নির্ভরশীল নয়

(C)  $\Delta$  ধ্রুবক

(D)  $\left(\frac{d\Delta}{d\theta}\right)_{\theta=\pi/2} = 0$





70. Let R and S be two equivalence relations on a non-void set A. Then

- (A)  $R \cup S$  is equivalence relation (B)  $R \cap S$  is equivalence relation  
(C)  $R \cap S$  is not equivalence relation (D)  $R \cup S$  is not equivalence relation

অশূণ্য সেট A-তে R ও S দুটি সমতুল্যতা সম্বন্ধ দেওয়া আছে। সেক্ষেত্রে

- (A)  $R \cup S$  সমতুল্যতা সম্বন্ধ হবে (B)  $R \cap S$  সমতুল্যতা সম্বন্ধ হবে  
(C)  $R \cap S$  সমতুল্যতা সম্বন্ধ হবে না (D)  $R \cup S$  সমতুল্যতা সম্বন্ধ হবে না

71. Chords of an ellipse are drawn through the positive end of the minor axis. Their midpoint lies on

- (A) a circle (B) a parabola (C) an ellipse (D) a hyperbola

উপবৃত্তের উপাক্ষর ধনাত্মক অংশের প্রান্তবিন্দু থেকে উপবৃত্তের জ্যাগুলি অঙ্কিত হল। জ্যাগুলির মধ্যবিন্দুসমূহের সঞ্চারণপথ হল

- (A) একটি বৃত্ত (B) একটি অধিবৃত্ত (C) একটি উপবৃত্ত (D) একটি পরাবৃত্ত

72. Consider the equation  $y - y_1 = m(x - x_1)$ . If m and  $x_1$  are fixed and different lines are drawn for different values of  $y_1$ , then

(A) the lines will pass through a fixed point

(B) there will be a set of parallel lines

(C) all lines intersect the line  $x = x_1$

(D) all lines will be parallel to the line  $y = x_1$

$y - y_1 = m(x - x_1)$  সমীকরণটি বিবেচনা কর। যদি m ও  $x_1$  অ-পরিবর্তনীয় হয় ও  $y_1$ -এর বিভিন্ন মানের জন্য ভিন্ন ভিন্ন সরলরেখা অঙ্কিত করা হয় তবে

(A) সরলরেখাগুলি একটি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে যাবে

(B) সমান্তরাল সরলরেখাগুলোতে ছেদ একটি সেট পাওয়া যাবে

(C)  $x = x_1$  সরলরেখাকে সমস্ত সরলরেখাগুলি ছেদ করবে

(D) সমস্ত সরলরেখাগুলি  $y = x_1$ -এর সমান্তরাল হবে



73. Let  $p(x)$  be a polynomial with real co-efficients,  $p(0) = 1$  and  $p'(x) > 0$  for all  $x \in \mathbb{R}$ . Then

- (A)  $p(x)$  has at least two real roots  
 (B)  $p(x)$  has only one positive real root  
 (C)  $p(x)$  may have negative real root  
 (D)  $p(x)$  has infinitely many real roots

বাস্তব সহগ বিশিষ্ট বহুপদরাশি  $p(x)$ -এর ক্ষেত্রে  $p(0) = 1$  ও সকল  $x \in \mathbb{R}$ -এর জন্য  $p'(x) > 0$ । সেক্ষেত্রে

- (A)  $p(x)$  -এর কমপক্ষে দুটি বাস্তব বীজ আছে  
 (B)  $p(x)$  -এর একটিমাত্র ধনাত্মক বাস্তব বীজ আছে  
 (C)  $p(x)$  -এর একটিমাত্র ঋণাত্মক বাস্তব বীজ থাকতে পারে  
 (D)  $p(x)$  -এর অসীমসংখ্যক বাস্তব বীজ থাকবে

74. Twenty metres of wire is available to fence off a flower bed in the form of a circular sector. What must the radius of the circle be, if the area of the flower bed be greatest?

বৃত্তখণ্ডের আকারের একটি flower bed বেড়া দেওয়ার জন্য 20 m বেড়া আছে। বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত হলে flower bed-এর ক্ষেত্রফল সর্বোচ্চ হবে?

- (A) 10 m (B) 4 m (C) 5 m (D) 6 m

75. The line  $y = x + 5$  touches

- (A) the parabola  $y^2 = 20x$  (B) the ellipse  $9x^2 + 16y^2 = 144$   
 (C) the hyperbola  $\frac{x^2}{29} - \frac{y^2}{4} = 1$  (D) the circle  $x^2 + y^2 = 25$

$y = x + 5$  সরলরেখাটি

- (A) অধিবৃত্ত  $y^2 = 20x$ -কে স্পর্শ করে  
 (B) উপবৃত্ত  $9x^2 + 16y^2 = 144$ -কে স্পর্শ করে  
 (C) পরাবৃত্ত  $\frac{x^2}{29} - \frac{y^2}{4} = 1$ -কে স্পর্শ করে  
 (D) বৃত্ত  $x^2 + y^2 = 25$ -কে স্পর্শ করে

Handwritten calculations for question 74:  
 $2\pi r = 20$   
 $r = \frac{10}{\pi}$   
 $A = \frac{1}{2} r^2 \theta$   
 $A = \frac{1}{2} \left(\frac{10}{\pi}\right)^2 \theta$   
 $A = \frac{50}{\pi^2} \theta$   
 $\frac{dA}{d\theta} = \frac{50}{\pi^2}$   
 $\frac{dA}{d\theta} = 0$   
 $\frac{50}{\pi^2} = 0$   
 $\theta = 0$   
 $\theta = 2\pi$   
 $\theta = \pi$   
 $\theta = \frac{\pi}{2}$   
 $\theta = \frac{3\pi}{2}$   
 $\theta = \frac{\pi}{2}$   
 $\theta = \frac{3\pi}{2}$   
 $\theta = \frac{\pi}{2}$   
 $\theta = \frac{3\pi}{2}$   
 $\theta = \frac{\pi}{2}$   
 $\theta = \frac{3\pi}{2}$

